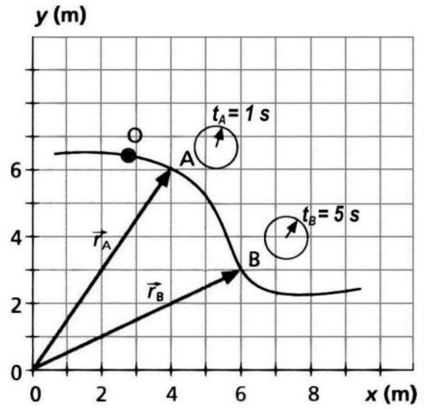
ACTIVIDADES CINEMÁTICA

MAGNITUDES CINEMÁTICAS Y CONCEPTOS BÁSICOS



A01 Una partícula se mueve sobre la trayectoria de la figura adjunta pasando por los puntos A y B en los instantes que marcan los relojes.
a) Expresa los vectores de posición en los instantes indicados.
b) Determina el vector desplazamiento y su módulo en el intervalo de tiempo representado.
c) Sabiendo que la distancia al origen del punto A es 1 m y el del punto B es 5 m, determina el espacio recorrido en el intervalo considerado.
d) ¿Coincide el espacio recorrido y el módulo del vector desplazamiento? ¿En qué casos coincidirán?

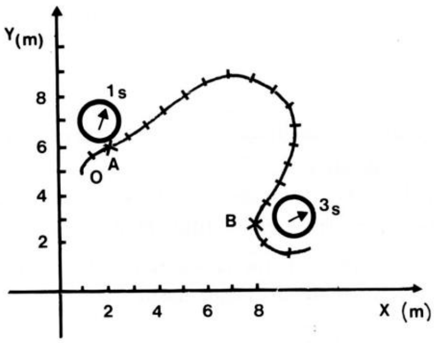
Solución

a) Observando la figura: $\vec r_A = \vec r\,(t=1) = 4\,\vec i + 6\,\vec j$ m $\qquad \vec r_B = \vec r\,(t=5) = 6\,\vec i + 3\,\vec j$ m

b) De la definición de vector desplazamiento:
$\Delta\vec r\,(1,5) = \vec r\,(5) - \vec r\,(1) = (6\,\vec i + 3\,\vec j) - (4\,\vec i + 6\,\vec j) = 2\,\vec i - 3\,\vec j$ m $\qquad |\Delta\vec r\,(1,5)| = \sqrt{2^2+3^2} = 3{,}6$ m

c) De la noción de distancia medida sobre una curva: $e\,(1,5) = \Delta s\,(1,5) = s\,(5) - s\,(1) = 5 - 1 = 4$ m

d) Evidentemente, no coinciden. Coincidirán en el caso de que la trayectoria sea una recta y en el movimiento no haya cambio de sentido.



A02 Un móvil se desplaza a lo largo de la trayectoria adjunta pasando por los puntos A y B en los instantes que marcan los relojes. Se pide:
a) Calcular el valor de la rapidez media.
b) El módulo de la velocidad media.
c) ¿Por qué no coinciden ambos valores? ¿En qué caso particular coincidirían?

Solución

a) De forma análoga a como se define la velocidad media, se define la rapidez media, cambiando desplazamiento por distancia recorrida:

$$\vec v_m\,(t_A,t_B) = \frac{\vec r\,(t_B) - \vec r\,(t_A)}{t_B - t_A} = \frac{\Delta\vec r\,(t_A,t_B)}{\Delta t} \qquad v_m\,(t_A,t_B) = \frac{e\,(t_B) - e(t_A)}{t_B - t_A} = \frac{\Delta e\,(t_A}{\Delta t}$$

que aplicados a nuestro caso, datos en la figura, se tiene para la rapidez media:

$$v_m\,(1,3) = \frac{e\,(3) - e(1)}{3-1} = \frac{16-1}{2} = 7{,}5 \text{ m/s}$$

b) Y para la velocidad media:

$$\vec v_m\,(1,3) = \frac{\vec r\,(3) - \vec r\,(1)}{3-1} = \frac{(8\,\vec i + 3\,\vec j)\text{-}(2\,\vec i + 6\,\vec j)}{2} = \frac{6\,\vec i - 3\,\vec j}{2} = 3\,\vec i \text{ - } 1{,}5\,\vec j \;\Rightarrow |\vec v_m\,(1,3)| = \sqrt{3^2 + 1{,}5^2} = 3{,}4 \text{ m/s}$$

c) No coinciden porque la distancia recorrida no coincide con el módulo del vector desplazamiento. Coincidirán en el caso de que la trayectoria sea rectilínea y el movimiento se haga sin cambios de sentido, pues en ese caso coincidirán la distancia recorrida y el módulo del vector desplazamiento.

A03 El vector de posición de una partícula es $\vec r\,(t) = 2\,t\,\vec i + (3\,t^2 + 1)\,\vec j$. Determinar:
a) El vector de posición en los instantes t = 0 y t = 4 s.
b) La velocidad de la partícula en el instante t = 0 s.
c) La aceleración de la partícula en el instante t = 4 s.

Solución

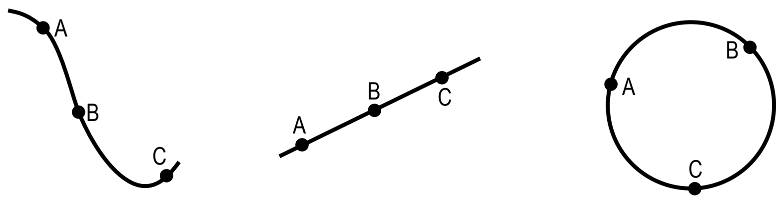
a) $\vec r\,(t=0) = 2\cdot 0\,\vec i + (3\cdot 0^2 + 1)\,\vec j = 1\,\vec j \qquad \vec r\,(t=4) = 2\cdot 4\,\vec i + (3\cdot 4^2 + 1)\,\vec j = 8\,\vec i + 49\,\vec j$

b) $\vec v\,(t) = \dfrac{d\,\vec r\,(t)}{dt} = \dfrac{d}{dt}\left[(2\,t\,\vec i + (3\,t^2 + 1)\,\vec j\right] = 2\,\vec i + 6\,t\,\vec j \;\Rightarrow\; \vec v\,(t=0) = 2\,\vec i + (6\cdot 0)\,\vec j = 2\,\vec i$

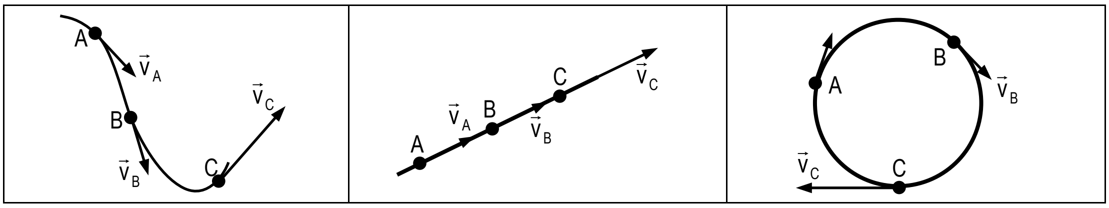
c) $\vec a\,(t) = \dfrac{d\,\vec v\,(t)}{dt} = \dfrac{d}{dt}\left(2\,\vec i + 6\,t\,\vec j\right) = 6\,\vec j \;\Rightarrow\; \vec a\,(t=4) = 6\,\vec j$

ACTIVIDADES CINEMÁTICA

A04 Una bola describe las trayectorias dibujadas en la figura. Dibuja los vectores $\vec{v}$ sabiendo que $v_C = 2\ v_B$ y que $v_A = v_B$.



Solución



A05 El vector de posición de un móvil en función del tiempo es $\vec{r}(t) = (2t + 3)\ \vec{i} + t^2\ \vec{j}$, en unidades del S.I.

a) Determina la posición del móvil en los instantes t = 0, t = 1, t = 2 y t = 3 segundos.

b) Calcula el vector desplazamiento entre los instantes t = 1 s y t = 3 s; así como su módulo.

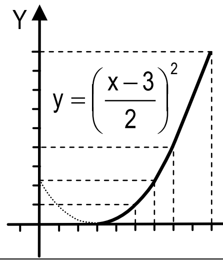
c) Determina la ecuación de la trayectoria.

Solución

a)
$$\vec{r}\,(t=0) = (2\cdot 0+3)\ \vec{i} + (0^2)\ \vec{j} = 3\ \vec{i}\ \text{m} \qquad \vec{r}\,(t=1) = (2\cdot 1+3)\ \vec{i} + (1^2)\ \vec{j} = 5\ \vec{i} +\ \vec{j}\ \text{m}$$
$$\vec{r}\,(t=2) = (2\cdot 2+3)\ \vec{i} + (2^2)\ \vec{j} = 7\ \vec{i} +\ 4\ \vec{j}\ \text{m} \qquad \vec{r}\,(t=3) = (2\cdot 3+3)\ \vec{i} + (3^2)\ \vec{j} = 9\ \vec{i} +\ 9\ \vec{j}\ \text{m}$$

b)
$$\Delta\vec{r}\,(1,3) = \vec{r}\,(3) - \vec{r}\,(1) = (9\ \vec{i} + 9\ \vec{j}) - (5\ \vec{i} + \vec{j}) = 4\ \vec{i} + 8\ \vec{j}\ \text{m}$$
$$\left|\Delta\vec{r}\,(1,3)\right| = \sqrt{4^2+8^2} = \sqrt{80}\ \text{m}$$

c)
$$\left.\begin{array}{l} x = 2t+3 \\ y = t^2 \end{array}\right\} \Rightarrow y = \left(\frac{x-3}{2}\right)^2 \Rightarrow \begin{cases} \text{parábola de eje } +y, \\ \text{vértice } (dy/dx = 0):\ (3,0) \\ \text{corte eje } y\ (x=0):\ 9/4 = 2{,}25 \end{cases}$$



t	x	y
0	3	0
1	5	1
2	7	4
3	9	9

A06 El vector posición de un móvil es $\vec{r}(t) = 2t\ \vec{i} + 3\,t^2\ \vec{j} + 5\,\vec{k}$, donde la distancia se mide en metros y el tiempo en segundos. Calcular:

a) La posición del móvil en el instante inicial y en el instante t = 3 s.

b) la velocidad media entre los instantes t = 0 s y t = 3 s.

c) La velocidad instantánea en los instantes t = 1 s y t = 3 s.

d) La aceleración instantánea en el instante t = 1 minuto.

Solución

a) $\vec{r}\,(t=3) = 2\cdot 3\ \vec{i} + (3\cdot 3^2)\ \vec{j} + 5\,\vec{k} = 6\ \vec{i} + 27\ \vec{j} + 5\,\vec{k}\ \text{m}$

b)
$$\vec{v}_m(0,3) = \frac{\Delta\vec{r}\,(0,3)}{3-0} = \frac{\vec{r}\,(3) - \vec{r}\,(0)}{3-0} = \frac{(6\ \vec{i} + 27\ \vec{j} + 5\,\vec{k}) - (5\,\vec{k})}{3} = 2\ \vec{i} + 9\ \vec{j}\ \text{m/s}$$

c)
$$\vec{v}\,(t) = \frac{d\,\vec{r}\,(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left[(2\,t\ \vec{i} + (3\,t^2)\vec{j} + 5\ \vec{k}\right] = 2\ \vec{i} + 6\,t\ \vec{j} \quad\Rightarrow\quad \begin{cases} \vec{v}\,(t=1) = 2\ \vec{i} + (6\cdot 1)\ \vec{j} = 2\ \vec{i} + 6\ \vec{j}\ \text{m/s} \\ \vec{v}\,(t=3) = 2\ \vec{i} + (6\cdot 3)\ \vec{j} = 2\ \vec{i} + 18\ \vec{j}\ \text{m/s} \end{cases}$$

d)
$$\vec{a}\,(t) = \frac{d\,\vec{v}\,(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left(2\ \vec{i} + 6\,t\ \vec{j}\right) = 6\ \vec{j} \quad\Rightarrow\quad \vec{a}\,(t=60) = 6\ \vec{j}\ \text{m/s}^2$$

A07 Un cuerpo se mueve según la ecuación de posición $\vec{r} = (4t^2 - 1)\ \vec{i} + 3t^2\ \vec{j}$ m. Calcula:

a) La posición del cuerpo en los instantes t = 0 s, t = 5 s y t = 10 s.

b) El desplazamiento entre los instantes 0-5 s, 0-10 s y 5-10 s.

c) Su velocidad media en los diez primeros segundos.

ACTIVIDADES CINEMÁTICA

d) La ecuación de la trayectoria.
e) Su velocidad instantánea en t = 5 s y en t = 10 s.

Solución

a) $\vec{r}\,(t=0) = (4\cdot 0^2 - 1)\;\vec{i} + 3\cdot 0^2\,\vec{j} = -\,\vec{i}$ $\qquad$ $\vec{r}\,(t=5) = (4\cdot 5^2 - 1)\;\vec{i} + 3\cdot 5^2\,\vec{j} = 99\,\vec{i} + 75\,\vec{j}$

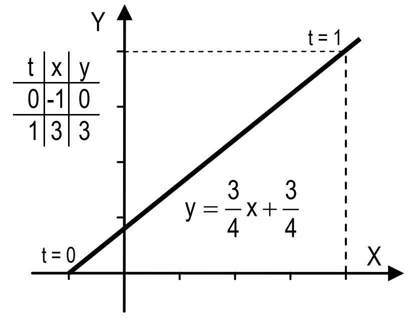
$$\vec{r}\,(t=10) = (4\cdot 10^2 - 1)\;\vec{i} + 3\cdot 10^2\,\vec{j} = 399\,\vec{i} + 300\,\vec{j}$$

b)
$$\Delta\vec{r}\,(0,5) = \vec{r}\,(5) - \vec{r}\,(0) = (99\,\vec{i} + 75\,\vec{j}) - (-\,\vec{i}) = 100\,\vec{i} + 75\,\vec{j}$$
$$\Delta\vec{r}\,(0,10) = \vec{r}\,(10) - \vec{r}\,(0) = (399\,\vec{i} + 300\,\vec{j}) - (-\,\vec{i}) = 400\,\vec{i} + 300\,\vec{j}$$
$$\Delta\vec{r}\,(5,10) = \vec{r}\,(10) - \vec{r}\,(5) = (399\,\vec{i} + 300\,\vec{j}) - (99\,\vec{i} + 75\,\vec{j}) = 300\,\vec{i} + 225\,\vec{j}$$

c)
$$\vec{v}_m(0,10) = \frac{\Delta\vec{r}\,(0,10)}{10-0} = \frac{400\,\vec{i} + 300\,\vec{j}}{10} = 40\,\vec{i} + 30\,\vec{j}$$

d) Si eliminamos t en las ecuaciones paramétricas:

$$\left.\begin{aligned} x &= 4\,t^2 - 1 \\ y &= 3\,t^2 \end{aligned}\right\} \;\rightarrow\; t^2 = y/3 \qquad \Rightarrow \quad x = 4\,\frac{y}{3} - 1 \;\Rightarrow\; y = \frac{3}{4}x + \frac{3}{4}$$



e)
$$\vec{v}\,(t) = \frac{d\,\vec{r}\,(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left[(4\,t^2 - 1)\,\vec{i} + 3\,t^2\,\vec{j}\right] = 8\,t\,\vec{i} + 6\,t\,\vec{j} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \vec{v}\,(t=5) = 8\cdot 5\,\vec{i} + 6\cdot 5\,\vec{j} = 40\,\vec{i} + 30\,\vec{j} \\ \vec{v}\,(t=10) = 8\cdot 10\,\vec{i} + 6\cdot 10\,\vec{j} = 80\,\vec{i} + 60\,\vec{j} \end{cases}$$

A08 La posición de un cuerpo viene determinada por la ecuación $\vec{r}\,(t) = -\,3\,t^2\,\vec{i} + 2\,t^3\,\vec{j} + 4\,t\,\vec{k}$ m.
a) Determina las componentes de su aceleración. ¿Es ésta constante?
b) Calcula el valor (módulo) de la aceleración a los 2 s.

Solución

a)
$$\vec{v}\,(t) = \frac{d\,\vec{r}\,(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left(-3\,t^2\,\vec{i} + 2\,t^3\,\vec{j} + 4\,t\,\vec{k}\right) = -6\,t\,\vec{i} + 6\,t^2\,\vec{j} + 4\,\vec{k} \qquad \vec{a}\,(t) = \frac{d\,\vec{v}\,(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left(-6\,t\,\vec{i} + 6\,t^2\,\vec{j} + 4\,\vec{k}\right) = -6\,\vec{i} + 12\,t\,\vec{j}$$

La aceleración tiene dos componentes: $a_x = -6$, $a_y = 12$ t. No es constante, pues depende del tiempo

b)
$$a\,(t) = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \sqrt{(-6)^2 + (12\,t)^2} = \sqrt{36 + 144\,t^2} \quad \Rightarrow \quad a\,(t=2) = \sqrt{36 + 144\cdot 2^2} = \sqrt{612} = 24{,}7\,\mathrm{m/s^2}$$

A09 Las ecuaciones del movimiento de un objeto son: $x = 2\,t^2 + 1$, $y = 3$ t; donde la distancia se mide en metros y el tiempo en segundos. A partir de ellas, determinar:
a) La ecuación de la trayectoria en forma implícita.
b) El vector de posición en los instantes t = 1 s y t = 3 s.
c) La velocidad media entre ambos instantes.
d) la velocidad inicial y la velocidad en el instante t = 5 s.
e) La aceleración media entre los instantes 0 y 4 s.
f) La aceleración instantánea y la aceleración en los instantes t = 0 y t = 3 s.

Solución

a)
$$\text{Ecuación de la trayectoria} \Rightarrow \begin{cases} x = 2\,t^2 + 1 \\ y = 3t \end{cases} \Rightarrow \;(t = y/3) \quad x = 2\,\frac{y^2}{9} + 1 \;\Rightarrow\; \text{parábola de eje } +X \text{ y vértice } (1,0)$$

b)
$$\vec{r}(t) = x(t)\,\vec{i} + y(t)\,\vec{j} = (2t^2 + 1)\,\vec{i} + 3t\,\vec{j} \;\Rightarrow\; \begin{cases} \vec{r}(1) = 3\,\vec{i} + 3\,\vec{j}\ \text{m} \\ \vec{r}(3) = 19\,\vec{i} + 9\,\vec{j}\ \text{m} \end{cases}$$

c)
$$\vec{v}_m\,(1,3) = \frac{\vec{r}\,(3) - \vec{r}\,(1)}{3-1} = \frac{(19\,\vec{i} + 9\,\vec{j}) - (3\,\vec{i} + 3\,\vec{j})}{2} = \frac{16\,\vec{i} + 6\,\vec{j}}{2} = 8\,\vec{i} + 3\,\vec{j}\ \text{m/s}$$

d)
$$\vec{v}\,(t) = \frac{d\,\vec{r}\,(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left[(2\,t^2 + 1)\,\vec{i} + 3\,t\,\vec{j}\right] = 4\,t\,\vec{i} + 3\,\vec{j} \;\Rightarrow \begin{cases} \vec{v}\,(0) = 3\,\vec{j}\ \text{m/s} \\ \vec{v}\,(5) = 20\,\vec{i} + 3\,\vec{j}\ \text{m/s} \end{cases}$$

ACTIVIDADES CINEMÁTICA

e) $$\vec{a}_m(0,4) = \frac{\vec{v}(4) - \vec{v}(0)}{4 - 0} = \frac{(16\,\vec{i} + 3\,\vec{j}) - (3\,\vec{j})}{4} = 4\,\vec{i}\ \ m/s^2$$

f) $$\vec{a}(t) = \frac{d\,\vec{v}(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left(4t\,\vec{i} + 3\,\vec{j}\right) = 4\,\vec{i}\ \ m/s^2 \quad \Rightarrow \quad \vec{a}(0) = \vec{a}(2) = 4\,\vec{i}\ \ m/s^2$$

A10 El vector de posición de una partícula es $\vec{r}(t) = 2t\,\vec{i} + (3t^2 + 1)\,\vec{j}$. Determinar:

a) La ecuación de la trayectoria en forma implícita.
b) El vector desplazamiento entre los instantes t = 1 y t = 2 s.
c) La velocidad de la partícula en el instante t = 3 s.
d) El módulo de la velocidad en el instante t = 3 s.
e) La aceleración de la partícula y en el instante t = 4 s.
f) ¿De qué tipo de movimiento se trata? (clasifica el movimiento)

Solución

a) $$\left.\begin{array}{l} x = 2t \\ y = 3t^2 + 1 \end{array}\right\} \Rightarrow (t = x/2) \quad y = \frac{3}{4}x^2 + 1 \Rightarrow \text{parábola de eje } +Y \text{ y vértice } (0,1)$$

b) $\Delta\vec{r}(1,2) = \vec{r}(2) - \vec{r}(1) = \left(4\,\vec{i} + 13\,\vec{j}\right) - (2\,\vec{i} + 4\vec{j}) = 2\,\vec{i} + 9\,\vec{j}$ m

c) $\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(2t\,\vec{i} + (3t^2 + 1)\,\vec{j}\right) = 2\,\vec{i} + 6t\,\vec{j} \quad \Rightarrow \quad \vec{v}(t=3) = 2\,\vec{i} + 6\cdot 3\,\vec{j} = 2\,\vec{i} + 18\,\vec{j}$ m/s

d) $\vec{v}(t=3) = 2\,\vec{i} + 18\,\vec{j} \quad \Rightarrow \quad \left|\vec{v}(t=3)\right| = \sqrt{2^2 + 18^2} = 18{,}1$ m/s

e) $\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(2\,\vec{i} + 6t\,\vec{j}\right) = 6\,\vec{j} \quad \Rightarrow \quad \vec{a}(t=4) = 6\,\vec{j}$ m/s^2

f) Se trata de un movimiento de $\vec{a}$ constante

A11 La ecuación de movimiento de un objeto viene dada por: $\vec{r}(t) = 3\,\vec{i} + 2t\,\vec{j}$.

a) Determinar la trayectoria del movimiento y dibujarla.
b) Calcular el vector posición inicial y el vector posición en el instante t = 4 s.
c) Determinar el vector desplazamiento para el intervalo comprendido entre los instantes anteriores. ¿Coincide el módulo del vector desplazamiento con la distancia recorrida?
d) Calcula la velocidad y la aceleración.
e) Determina las componentes intrínsecas de la aceleración.

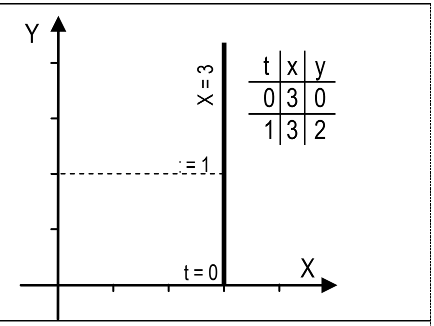
Solución

a) $$\left.\begin{array}{l} x = 3 \\ y = 2t \end{array}\right\} \to \ t = y/2 \qquad \Rightarrow \quad x = 3$$

b) $\vec{r}(t=0) = 3\,\vec{i} + 2\cdot 0\vec{j} = 3\,\vec{i} \qquad \vec{r}(t=4) = 3\,\vec{i} + 2\cdot 4\vec{j} = 3\vec{i} + 8\,\vec{j}$

c) $\Delta\vec{r}(0,4) = \vec{r}(4) - \vec{r}(0) = (3\,\vec{i} + 8\,\vec{j}) - 3\,\vec{i} = 8\,\vec{j}$

Se trata de un MRU, sobre la recta x = 3. Dado que, además, no hay cambios de sentido en el movimiento pues la velocidad es constante, si coinciden el módulo del vector desplazamiento y la distancia recorrida.



d) $$\vec{v}(t) = \frac{d\,\vec{r}(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left[3\,\vec{i} + 2t\,\vec{j}\right] = 2\,\vec{j}\ m/s, \quad v(t) = 2\,m/s\ ; \quad \vec{a}(t) = \frac{d\,\vec{v}(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left[2\,\vec{j}\right] = \vec{0}, \quad a = 0$$

e) $$a_{tg}(t) = \frac{d\,v(t)}{dt} = \frac{d}{dt}(4) = 0\ ; \qquad a_n(t) = \frac{v^2(t)}{\rho(t)} = \frac{4}{\infty} = 0$$

A12 La ecuación de movimiento de un objeto viene dada por: $\vec{r}(t) = 3\,\vec{i} + 2t\,\vec{j}$.

a) Determinar la trayectoria del movimiento y dibujarla.
b) Calcular el vector posición inicial y el vector posición en el instante t = 4 s.

ACTIVIDADES CINEMÁTICA

c) Determinar el vector desplazamiento para el intervalo comprendido entre los instantes anteriores. ¿Coincide el módulo del vector desplazamiento con la distancia recorrida?
d) Calcula la velocidad y la aceleración.
e) Determina las componentes intrínsecas de la aceleración.

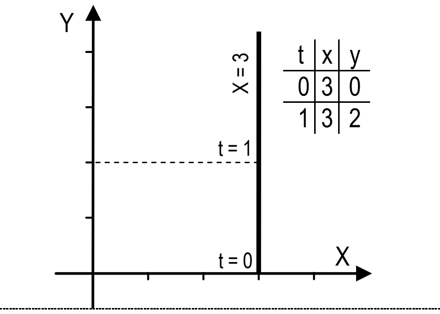
Solución

a) $\left.\begin{matrix} x = 3 \\ y = 2\,t \end{matrix}\right\} \rightarrow \; t = y/2 \qquad \Rightarrow \quad x = 3 \;\; \text{(recta)}$

b) $\vec{r}\,(t=0) = 3\,\vec{i} + 2\cdot 0\vec{j} = 3\,\vec{i} \qquad \vec{r}\,(t=4) = 3\,\vec{i} + 2\cdot 4\vec{j} = 3\vec{i} + 8\,\vec{j}$

c) $\Delta\vec{r}\,(0{,}4) = \vec{r}\,(4) - \vec{r}\,(0) = (3\,\vec{i} + 8\,\vec{j}) - 3\,\vec{i} = 8\,\vec{j}$

Se trata de un MRU, sobre la recta x = 3. Dado que, además, no hay cambios de sentido en el movimiento pues la velocidad es constante, si coinciden el módulo del vector desplazamiento y la distancia recorrida.



d) $\vec{v}\,(t) = \dfrac{d\,\vec{r}\,(t)}{dt} = \dfrac{d}{dt}\left[3\,\vec{i} + 2\,t\,\vec{j}\right] = 2\,\vec{j}\;\text{m/s}, \quad v\,(t) = 2\,\text{m/s} \;; \quad \vec{a}\,(t) = \dfrac{d\,\vec{v}\,(t)}{dt} = \dfrac{d}{dt}\left[2\,\vec{j}\right] = \vec{0}, \quad a = 0$

e) $a_{tg}\,(t) = \dfrac{d\,v\,(t)}{dt} = \dfrac{d}{dt}(4) = 0 \;; \qquad a_n\,(t) = \dfrac{v^2\,(t)}{\rho\,(t)} = \dfrac{4}{\infty} = 0$

A13 El movimiento de una partícula viene dado por el vector de posición $\vec{r}\,(t) = 2\,t\,\vec{i} + (9 - t^2)\,\vec{j}$. Halla:
a) El vector velocidad media entre t = 1 s y t = 3 s.
b) El vector velocidad y el vector aceleración.
c) Las componentes intrínsecas de la aceleración para t = 1 s.
d) Dibuja la trayectoria. Indica el vector posición, la velocidad y las componentes intrínsecas de la aceleración para t = 1 s.

Solución

a) $\vec{v}_m(1{,}3) = \dfrac{\Delta\vec{r}\,(1{,}3)}{3-1} = \dfrac{\vec{r}\,(3) - \vec{r}\,(1)}{2} = \dfrac{(6\,\vec{i}) - (2\,\vec{i} + 8\,\vec{j})}{2} = 2\,\vec{i} + 4\,\vec{j}$

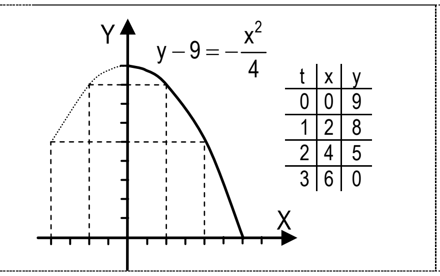
b) $\vec{v}\,(t) = \dfrac{d\,\vec{r}\,(t)}{dt} = \dfrac{d}{dt}\left[(2\,t\,\vec{i} + (9 - t^2)\,\vec{j}\right] = 2\,\vec{i} - 2\,t\,\vec{j} \;\;\Rightarrow\;\; v\,(t) = \sqrt{4 + 4\,t^2} \;; \qquad \vec{a}\,(t) = \dfrac{d\,\vec{v}\,(t)}{dt} = \dfrac{d}{dt}\left(2\,\vec{i} - 2\,t\,\vec{j}\right) = -2\,\vec{j}$

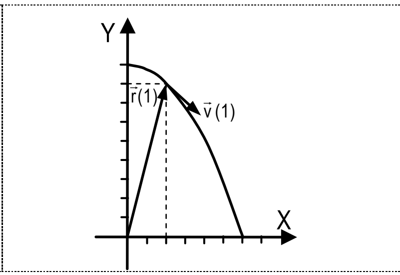
c) $a_{tg}(t) = \dfrac{d\,v\,(t)}{dt} = \dfrac{d}{dt}\left(\sqrt{4 + 4t^2}\right) = \dfrac{8t}{2\sqrt{4 + 4t^2}} \qquad \Rightarrow \quad a_{tg}(1) = \dfrac{8\cdot 1}{2\sqrt{4 + 4\cdot 1^2}} = \dfrac{\sqrt{8}}{2} = \sqrt{2}\;\;\text{m/s}^2$

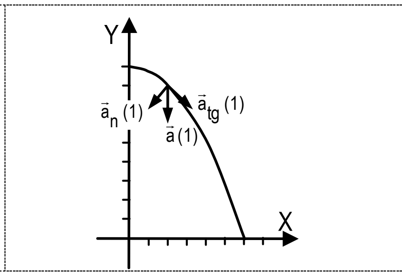
$\vec{a}\,(t) = a_{tg}(t)\,\vec{u}_{tg} + a_n(t)\,\vec{u}_n \;\;\Rightarrow\;\; a\,(t)^2 = a_{tg}^2(t) + a_n^2\,(t) \;\;\Rightarrow a\,(1)^2 = a_{tg}^2(1) + a_n^2\,(1) \;\;\Rightarrow\; 4 = 2 + \; a_n^2\,(1) \;\;\Rightarrow a_n\,(1) = \sqrt{2}\;\text{m/s}^2$

d) Eliminamos t en las ecuaciones paramétricas de la trayectoria:

$\left.\begin{matrix} x = 2\,t \\ y = 9 - t^2 \end{matrix}\right\} \;\rightarrow\; t = \dfrac{x}{2} \;\;\Rightarrow\;\; y = 9 - \dfrac{x^2}{4} \;\;\Rightarrow\;\; y - 9 = -\dfrac{x^2}{4} \;\;\Rightarrow\;\; \text{parábola de eje} -\text{Y y vértice} \;\; (0{,}9)$







A14 Las ecuaciones del movimiento de un objeto son: $x = 2t^2 + 1$, $y = 3t$, $z = t$; donde la distancia se mide en metros y el tiempo en segundos. A partir de ellas, determinar:
a) El vector de posición en los instantes t = 3 s y t = 6 s.
b) La velocidad media entre ambos instantes.
c) la velocidad inicial y la velocidad en el instante t = 5 s.
d) La aceleración media entre los instantes 0 y 5 s.

ACTIVIDADES CINEMÁTICA

e) La aceleración instantánea y la aceleración en t = 2 s.

Solución

a)
$$\vec{r}(t) = x(t)\,\vec{i} + y(t)\,\vec{j} + z(t)\,\vec{k} = (2t^2+1)\,\vec{i} + 3t\,\vec{j} + t\,\vec{k}\vec{r}(t) = x(t)\,\vec{i} + y(t)\,\vec{j} + z(t)\,\vec{k} \;\Rightarrow\; \begin{cases} \vec{r}(3) = 19\,\vec{i} + 9\,\vec{j} + 3\,\vec{k}\ \text{m} \\ \vec{r}(6) = 73\,\vec{i} + 18\,\vec{j} + 6\,\vec{k}\ \text{m} \end{cases}$$

b)
$$\vec{v}_m\,(3,6) = \frac{\vec{r}\,(6) - \vec{r}\,(3)}{6-3} = \frac{(73\,\vec{i} + 18\,\vec{j} + 6\,\vec{k}) - (19\,\vec{i} + 9\,\vec{j} + 3\,\vec{k})}{3} = \frac{54\,\vec{i} + 9\,\vec{j} + 3\,\vec{k}}{3} = 18\,\vec{i} - 3\,\vec{j} + \vec{k}\ \text{m/s}$$

c)
$$\vec{v}\,(t) = \frac{d\,\vec{r}\,(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left[(2\,t^2+1)\,\vec{i} + 3\,t\,\vec{j} + t\,\vec{k}\right] = 4\,t\,\vec{i} + 3\,\vec{j} + \vec{k} \Rightarrow \begin{cases} \vec{v}\,(0) = 3\,\vec{j} + \vec{k}\ \text{m/s} \\ \vec{v}\,(5) = 20\,\vec{i} + 3\,\vec{j} + \vec{k}\ \text{m/s} \end{cases}$$

d)
$$\vec{a}_m\,(0,5) = \frac{\vec{v}\,(5) - \vec{v}\,(0)}{5-0} = \frac{(20\,\vec{i} + 3\,\vec{j} + \vec{k}) - (3\,\vec{j} + \vec{k})}{5} = \frac{20\,\vec{i}}{5} = 4\,\vec{i}\ \text{m/s}^2$$

e)
$$\vec{a}\,(t) = \frac{d\,\vec{v}\,(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left(4t\,\vec{i} + 3\,\vec{j} + \vec{k}\right) = 4\,\vec{i}\ \text{m/s}^2 \quad \Rightarrow \quad \vec{a}\,(2) = 4\,\vec{i}\ \text{m/s}^2$$

A15 El vector de posición de una partícula es $\vec{r}\,(t) = 2\,t\,\vec{i} + (3\,t^2+1)\,\vec{j}$. Determinar:

a) La ecuación de la trayectoria.
b) El vector desplazamiento entre los instantes t = 0 y t = 4 s.
c) La velocidad de la partícula en el instante t = 0 s.
d) La aceleración de la partícula en el instante t = 4 s.
e) ¿De qué tipo de movimiento se trata? (clasifica el movimiento)

Solución

a)
$$\left.\begin{array}{l} x = 2\,t \\ y = 3\,t^2 + 1 \end{array}\right\} \Rightarrow (t = x/2) \quad y = \frac{3}{4}x^2 + 1 \Rightarrow \text{parábola de eje } +Y \text{ y vértice } (0,1)$$

b) $\Delta\vec{r}\,(0,4) = \vec{r}\,(4) - \vec{r}\,(0) = \left(8\,\vec{i} + 49\,\vec{j}\right) - (1\,\vec{j}) = 8\,\vec{i} + 48\,\vec{j}\ \text{m}$

c) $\vec{v}\,(t) = \dfrac{d\vec{r}}{dt} = \dfrac{d}{dt}\left(2t\,\vec{i} + (3\,t^2+1)\,\vec{j}\right) = 2\,\vec{i} + 6\,t\,\vec{j} \quad \Rightarrow \quad \vec{v}\,(t=0) = 2\,\vec{i} + 6\cdot 0\,\vec{j} = 2\,\vec{i}\ \text{m/s}$

d) $\vec{a}\,(t) = \dfrac{d\,\vec{v}}{dt} = \dfrac{d}{dt}\left(2\,\vec{i} + 6\,t\,\vec{j}\right) = 6\,\vec{j} \quad \Rightarrow \quad \vec{a}\,(t=4) = 6\,\vec{j}\ \text{m/s}^2$

e) Se trata de un movimiento de $\vec{a}$ constante

A16 Una partícula se mueve según la ecuación de posición $\vec{r} = 5\,t^2\,\vec{i} + 4\,t\,\vec{j}\ (\text{m})$. Determina:

a) Su velocidad media en los cinco primeros segundos y su módulo.
b) Su velocidad instantánea en t = 5 y su módulo.
c) Su aceleración y su módulo.

Solución

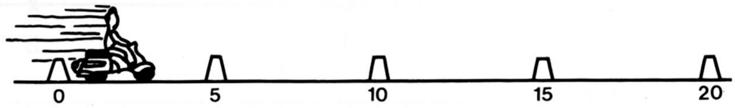
a) De la definición de velocidad media:
$$\vec{v}_m\,(0,5) = \frac{\vec{r}\,(5) - \vec{r}\,(0)}{5-0} = \frac{(125\,\vec{i} + 20\,\vec{j}) - (0\,\vec{i} + 0\,\vec{j})}{5} = 25\,\vec{i} + 4\,\vec{j}\ \text{m/s} \quad \Rightarrow \quad \left|\vec{v}_m\,(0,5)\right| = \sqrt{25^2 + 4^2} = 25{,}3\ \text{m/s}$$

b) De la definición de velocidad:
$$\vec{v}\,(t) = \frac{d\,\vec{r}(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left(5t^2\,\vec{i} + 4t\,\vec{j}\right) = 10\,t\,\vec{i} + 4\,\vec{j} \quad \Rightarrow \quad \vec{v}\,(t=5) = 50\,\vec{i} + 4\vec{j}\ \text{m/s} \quad \Rightarrow \quad \left|\vec{v}\,(t=5)\right| = \sqrt{50^2 + 4^2} = 50{,}2\ \text{m/s}$$

c) De la definición de aceleración:
$$\vec{a}\,(t) = \frac{d\,\vec{v}(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left(10t\,\vec{i} + 4\vec{j}\right) = 10\,\vec{i}\ \text{m/s}^2 \quad \Rightarrow \quad \left|\vec{a}\,(t)\right| = 10\ \text{m/s}^2$$

ACTIVIDADES CINEMÁTICA

A17 Se ha medido la posición de una motocicleta sobre una pista como la de la figura a medida que transcurre el tiempo obteniéndose la siguiente tabla de valores:



t/s	0	1	2	3	4
e/m	5	6	9	14	21

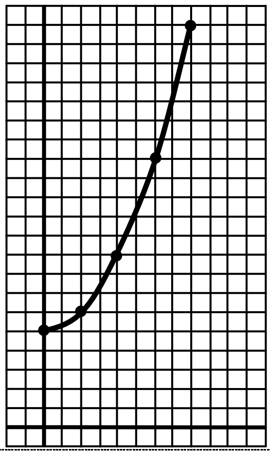
a) Calcula su velocidad media en los tres primeros segundos y entre el segundo 2 y 3.
b) Determina qué velocidad lleva en el instante t = 2 s (ayúdate de una representación gráfica de e = f(t))

Solución

a)

$$\vec{v}_m\,(0{,}3) = \frac{\vec{r}\,(3) - \vec{r}\,(0)}{3-0} = \frac{14\,\vec{i} - 5\,\vec{i}}{3} = 3\,\vec{i}\,; \qquad \vec{v}_m\,(2{,}3) = \frac{\vec{r}\,(3) - \vec{r}\,(2)}{3-2} = \frac{14\,\vec{i} - 9\,\vec{i}}{1} = 5\,\vec{i}$$

b)



La forma de la gráfica e-t (también de la gráfica x-t) es una parábola. Por lo tanto parece lógico pensar que se trata de un MRUA. Dado que conocemos la trayectoria, podemos hacer una descripción del movimiento a través de la trayectoria y la ley horaria e = e (t). Pero se opta por una descripción vectorial mediante un sistema de referencia cartesiano con origen en O y recta del movimiento como eje X, entonces:

$$x = x_0 + v_{0x} t + \frac{1}{2} a_x t^2 \qquad (e = e_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_{tg} t^2 \equiv \text{ley horaria})$$

Los puntos dados ajustan con las ecuación:

$$x = 5 + t^2 \qquad (e = 5 + t^2 \equiv \text{ley horaria})$$

Luego: $\vec{v}\,(t) = \frac{d\,\vec{r}\,(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left[(5+t^2)\,\vec{i}\,\right] = 2\,t\,\vec{i} \qquad \left(v = \frac{de}{dt} = \frac{d}{dt}(5+t^2) = 2t\,;\ \vec{v} = 2\,t\,\vec{u}_{tg}\right)$

Y particularizando para t = 2s: $\vec{v}\,(t=2) = 2 \cdot 2\,\vec{i} = 4\,\vec{i} \ \left(\vec{v}\,(t=2) = 2\cdot 2\,\vec{u}_{tg} = 4\,\vec{u}_{tg}\right)$

A18 ¿Es posible que un automóvil que viaja por una carretera con curvas lleve siempre la misma velocidad?

Solución

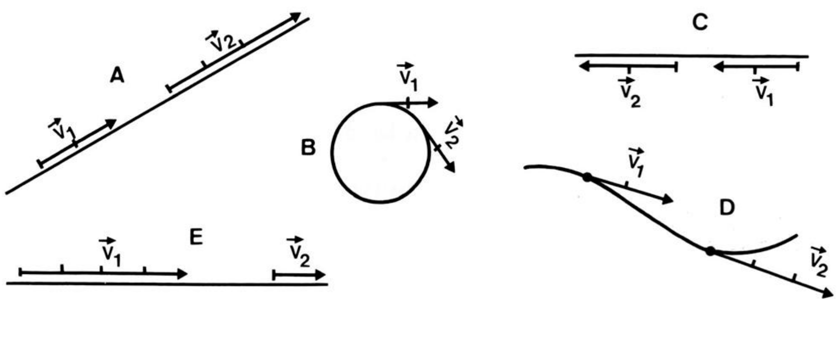
No es posible. La velocidad sabemos que es un vector tangente a la trayectoria. Luego, si la trayectoria es curvilínea, la dirección de la tangente cambia, y por lo tanto la dirección de la velocidad también cambia.
Lo que sí podría ser constante es el módulo del vector velocidad. Pero no la velocidad.

A19 Razona si un motorista que lleve una velocidad constante a lo largo de un circuito cerrado sufrirá aceleración.

Solución

Si. Si describe una curva, la velocidad (vector velocidad), que es tangente a la trayectoria, cambiará continuamente. Y si la velocidad cambia, habrá aceleración.
Dado que la velocidad no cambia en módulo, sino sólo en dirección, la aceleración sólo tendrá componente normal.
Por otro lado, una interpretación estricta del enunciado supone una contradicción irreconciliable. Estrictamente, es imposible describir una curva con velocidad constante. Si se puede describir una curva con rapidez (módulo de la velocidad) constante. En este sentido hay que interpretar el enunciado.

A20 En los dibujos de la figura se ha representado la velocidad de un móvil en diferentes instantes de su movimiento sobre la trayectoria. ¿En qué casos varía el vector velocidad con el tiempo?



Solución

Dibujo A: Varía el vector velocidad. No varía ni la dirección ni el sentido, pero si varía su módulo.
Dibujo B: Varía el vector velocidad. No varía su módulo, pero si su dirección y sentido.
Dibujo C: El vector velocidad no varía.
Dibujo D: Varía el vector velocidad. Varía su módulo, su dirección y su sentido.

ACTIVIDADES CINEMÁTICA

Dibujo E. Varía el vector velocidad. Varía su módulo, pero su dirección y sentido no varían.

A21 Si la aceleración tiene componentes tangencial y normal, ¿por qué no se habla de las componentes tangencial y normal de la velocidad?

Solución

	Coordenadas cartesianas	Coordenadas intrínsecas
La velocidad puede expresarse:	$\vec{v}\,(t) = \dfrac{d\,\vec{r}\,(t)}{dt} = v_v\,\vec{i} + v_y\,\vec{j} + v_z\,\vec{k}$	$\vec{v}\,(t) = \dfrac{d\,\vec{r}\,(s)}{ds}\dfrac{ds}{dt} = v\,\vec{u}_{tg}$

De estos resultados se concluye que en coordenadas intrínsecas el vector velocidad solo tiene una componente, la componente tangencial. Por eso siempre decimos que la velocidad es tangente a la trayectoria.

A22 ¿Cuál es el significado físico de las componentes tangencial y normal o centrípeta de la aceleración?

Solución

La aceleración tangencia da cuenta de los cambios en el módulo del vector velocidad y la aceleración centrípeta da cuenta de los cambios en la dirección del vector velocidad.

$$\vec{a}\,(t) = \frac{d\,\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(v\,\vec{u}_{tg}\right) = \frac{d\,v}{dt}\,\vec{u}_{tg} + v\,\frac{d\,\vec{u}_{tg}}{dt} = \frac{d\,v}{dt}\,\vec{u}_{tg} + \frac{v^2}{\rho}\,\vec{u}_n = a_{tg}\,\vec{u}_{tg} + a_n\,\vec{u}_n$$

A23 Un automóvil toma una curva disminuyendo el módulo de su velocidad. Indica que afirmaciones son verdaderas:
a) Solamente existe aceleración tangencial.
b) Solamente existe aceleración normal.
c) Existen las dos aceleraciones anteriores.
d) La aceleración normal es constante.

Solución

c): Existen las dos aceleraciones anteriores. (tangencial y normal)

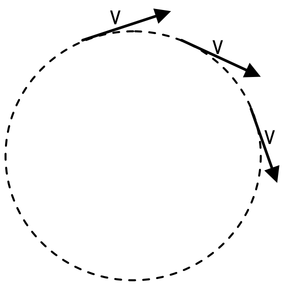
Existe aceleración tangencial, a_{tg} = dv/dt, porque varía el módulo de la velocidad. El módulo de la velocidad disminuye.

Existe aceleración normal, pues $a_n = v^2 / R$, y $v \neq 0$ (disminuye) y $R \neq 0$, (toma una curva).

Si c) es cierto, a y b) son falsos pues contradicen a c). d) También es falso, porque v^2/R no tiene porque mantenerse constante. En concreto, v disminuye y R puede ser cualquiera, constante o variable.

A24 ¿A qué se debe que un cuerpo con movimiento circular uniforme posea aceleración, si el módulo de su velocidad toma siempre el mismo valor?

Solución



La aceleración mide los cambios a lo largo del tiempo del vector velocidad. Y dado que el vector velocidad cambia, habrá aceleración. El vector velocidad cambia, porque aunque no cambia su módulo (movimiento uniforme), si cambia la dirección del vector velocidad (movimiento circular).

La aceleración tangencial (aceleración asociada a los cambios en el módulo del vector velocidad) será pues cero, y sólo poseerá aceleración normal (aceleración asociada a los cambios en la dirección del vector velocidad)

A25 Indica si las siguientes frases son correctas y, en caso de que no lo sean, describe el error o errores cometidos:
a) La rapidez puede calcularse siempre como el cociente entre la distancia recorrida y el tiempo empleado en recorrerlo.
b) La aceleración tangencial es siempre el cociente entre la rapidez que tiene un cuerpo y el tiempo que lleva en movimiento.
c) La distancia recorrida es siempre la diferencia entre la posición inicial y la final.
d) La distancia recorrida en un movimiento uniformemente acelerado depende solo de la aceleración y del tiempo que dure el movimiento.

Respuesta

a) Falso. Solo en los movimientos uniformes o de rapidez constante.
b) Falso. Es el cociente entre el cambio en la rapidez y el tiempo que dura el cambio.
c) Falso. Eso solo es cierto para movimientos rectilíneos y en los que no hay cambios de sentido.
d) Falso. Depende también de la velocidad inicial.

ACTIVIDADES CINEMÁTICA

MOVIMIENTOS UNIFORMES Y UNIFORMEMENTE ACELERADOS

A26 Un tren se encuentra a 20 km de la estación y se aleja de ella por una vía recta a la velocidad constante de 80 km/h. Determina la distancia que lo separará de la estación al cabo de 2 horas, así como el tiempo que tardará en llegar a la próxima estación, situada a 260 km de la de partida.

Solución

Se trata de un movimiento uniforme. Elegimos una descripción escalar. La ecuación que lo rige es:

$$s_t = s_0 + v\,t \;\Rightarrow\; s_t = 20 + 80\,t$$

Luego: $s_{2h} = 20 + 80 \cdot 2 = 180\text{ km}$ $\qquad s_t = 260 = 20 + 80 \cdot t \;\Rightarrow\; t = 3\text{ h}$

A27 Un ciclista va siempre a 3 m/s siguiendo la trayectoria que se muestra en la figura adjunta.

Sabiendo que en el instante t = 2 s se encuentra en la posición s = 8 m, se pide:

a) ¿Dónde se encontrará 5 s después?

b) Construye las gráficas v-t y s-t.

c) Señala en un esquema, por medio de cruces sobre la trayectoria, las posiciones sucesivas del ciclista a intervalos de 1 s.

Solución

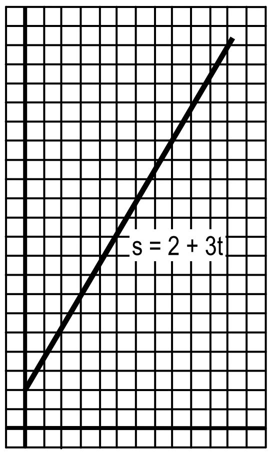
a) En el enunciado se hace una descripción escalar del movimiento. El ciclista realiza un movimiento uniforme (no rectilíneo pero si uniforme). La ecuación general (ley horaria) de un movimiento uniforme es: $s_t = s_{t0} + v\,(t - t_0)$. Elegimos $t_0 = 0$. Se sabe del enunciado que s (t = 2) = 8 m y que v = 3 m/s. Luego:

$$s_{t=2} = s_0 + v\,t \quad\Rightarrow\quad 8 = s_0 + 3 \cdot 2 \quad\Rightarrow\quad s_0 = 2\text{ m/s}$$

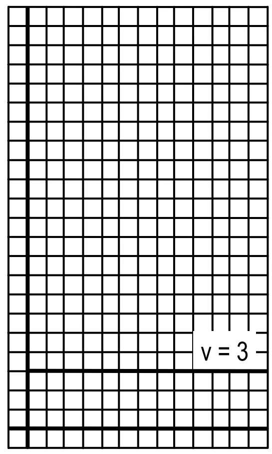
Y la ley horaria de este movimiento será: s = 2 + 3 t. por lo que 5 s después el móvil se encontrara:

s (7) = 2 + 3 · 7 = 23 m.

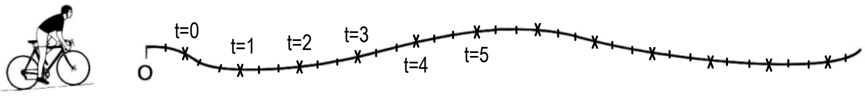
b) gráfica s-t



gráfica v-t



c)



A28 a) Una persona circula en una moto con rapidez constante de forma que recorre 420 m en 30 segundos. Calcula su rapidez y exprésala en km/h.

b) Cuando marcha con la rapidez anterior, comienza a frenar de manera uniforme, recorriendo 150 m antes de pararse totalmente. Calcula su aceleración y el tiempo que tarda en pararse.

Solución

a) Se trata de un movimiento uniforme. De la ecuación que gobierna este movimiento:

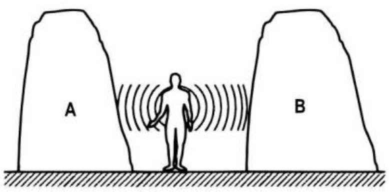
$$s_t = s_{t_0} + v\,(t - t_0) \;\Rightarrow\; v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{420}{30} = 14\text{ m/s}; \qquad 14\text{ m/s} = 14\,\frac{\cancel{m}}{\cancel{s}} \cdot \frac{1\text{ km}}{1000\,\cancel{m}} \cdot \frac{3600\,\cancel{s}}{1\text{ h}} = \frac{14 \cdot 1 \cdot 3600}{1000 \cdot 1}\text{ km/h} = 50{,}4\text{ km/h}$$

b) Se trata ahora de un movimiento uniformemente acelerado. Si elegimos un sistema de referencia tal que $t_0 = 0$ y $s_0 = 0$, de las ecuaciones que lo gobiernan:

ACTIVIDADES CINEMÁTICA

$$\left.\begin{aligned} &v_t = v_0 + a_{tg}(t-t_0) \quad (1)\\ &s_t = s_0 + v_{t_0}(t-t_0) + \frac{1}{2}a_{tg}(t-t_0)^2 \quad (2)\\ &v_t^2 = v_{t_0}^2 + 2a_{tg}(s_t - s_0) \quad (3)\end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} &0 = 14 + a_{tg}\cdot t \quad (1)\\ &150 = 14\cdot t + \frac{1}{2}\cdot a_{tg}\cdot t^2 \quad (2)\\ &0^2 = 14^2 + 2\cdot a_{tg}\cdot 150 \quad (3)\end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} &\text{de (3)}: \; a_{tg} = -0{,}65\ \text{m/s}^2\\ &\text{de (1)}: \; t = 21{,}5\ \text{s}\end{aligned}$$

A29 Una persona situada entre dos montañas dispara una escopeta y oye ecos al cabo de 2 s y 3,5 s.
a) ¿Cuál es la distancia entre las dos montañas?
b) ¿A qué distancia está la persona de la montaña más próxima?
Dato: velocidad del sonido $= 340$ m/s



Solución

a) El sonido va y viene (hay eco). En cada trayecto describe un MRU. Tomando tanto en el desplazamiento hacia A como hacia B como origen la persona y $t_0 = 0$, será:

$$s_A = v\,t_A/2 \Rightarrow s_A = 340\cdot 1 = 340\ \text{m};\quad s_B = v\,t_B/2 \Rightarrow s_B = 340\cdot 1{,}75 = 595\ \text{m};\quad d_{A\text{-}B} = s_A + s_B = 340 + 595 = 935\ \text{m}$$

b) A la vista de los cálculos anteriores, a 340 m.

A30 Un cierto tipo de avión necesita alcanzar una velocidad mínima de 288 km/h para comenzar a elevarse. Dicho avión tiene unos motores capaces de proporcionarle una aceleración máxima de 5 m/s². ¿Cuál será la longitud mínima que deberá tener la pista?

Solución

Suponemos que el avión despega con un MRUA (a_{tg} = 5 m/s²), desde el reposo (v_0 = 0). La velocidad final debe ser al menos 288 km/h = 80 m/s. Elegimos un sistema de referencia tal que $t_0 = 0$ y $s_0 = 0$. Las ecuaciones del movimiento serán pues:

$$\left.\begin{aligned} &v_t = v_0 + a_{tg}(t-t_0) \quad (1)\\ &s_t = s_0 + v_0(t-t_0) + \frac{1}{2}a_{tg}(t-t_0)^2 \quad (2)\\ &v_t^2 = v_0^2 + 2a_{tg}(s_t - s_0) \quad (3)\end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} &80 = 0 + a_{tg}\cdot t \quad (1)\\ &s_t = 0 + 0\cdot t + \frac{1}{2}\cdot a_{tg}\cdot t^2 \quad (2)\\ &80^2 = 0^2 + 2\cdot 5\cdot s_t \quad (3)\end{aligned}\right\} \Rightarrow \text{de (3)}: \; s_t = 640\ \text{m}$$

que será la longitud mínima de la pista, pues no necesita más pista, pues en ese punto alcanza la velocidad de despegue.

A31 Un coche se mueve a lo largo de una carretera recta con una velocidad v_0. Al accionar los frenos, experimenta una deceleración constante y se detiene al cabo de 5 s después de recorrer una distancia de 100 m. Determínese:
a) La aceleración
b) La velocidad inicial expresada en km/h

Solución

a) El coche realiza un MRUA. Elegimos un sistema de referencia tal que $t_0 = 0$ y $s_0 = 0$. Luego:

$$\left.\begin{aligned} &v_t = v_0 + a_{tg}(t-t_0) \quad (1)\\ &s_t = s_0 + v_0(t-t_0) + \frac{1}{2}a_{tg}(t-t_0)^2 \quad (2)\\ &v_t^2 = v_0^2 + 2a_{tg}(s_t - s_0) \quad (3)\end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} &0 = v_0 + a_{tg}\cdot 5 \quad (1)\\ &100 = 0 + v_0\cdot 5 + \frac{1}{2}\cdot a_{tg}\cdot 5^2 \quad (2)\\ &80^2 = v_0^2 + 2\cdot a_{tg}\cdot 100 \quad (3)\end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} &\text{de (1)}: a_{tg} = -\frac{v_0}{5};\ \text{y sust. en (2)}:\\ &100 = 5v_0 - 2{,}5v_0 \Rightarrow v_0 = 40\ \text{m/s}\\ &\text{De nuevo de (1)}: a_{tg} = -8\ \text{m/s}^2\end{aligned}$$

b) $$40\ \text{m/s} = 40\,\frac{\cancel{\text{m}}}{\cancel{\text{s}}}\cdot\frac{1\,\text{km}}{1000\,\cancel{\text{m}}}\cdot\frac{3600\,\cancel{\text{s}}}{1\,\text{h}} = \frac{40\cdot 1\cdot 3600}{1000\cdot 1}\ \text{km/h} = 144\ \text{km/h}$$

A32 Un coche viaja de noche a 72 km/h y de repente se encuentra un camión estacionado a 30 m de distancia. Frena con una aceleración tangencial negativa de 5 m/s².
a) Calcular el tiempo que tardaría en detenerse con camino libre.
b) ¿choca con el camión?

Solución

a) El coche realiza un MRUA. Elegimos un sistema de referencia tal que $t_0 = 0$ y $s_0 = 0$. El tiempo que tardaría en parar y la distancia necesaria para parar, con $v_0 = 72$ km/h $= 20$ m/s y $a_{tg} = -5{,}0$ m/s², sería:

ACTIVIDADES CINEMÁTICA

$$\left.\begin{aligned} v_t &= v_0 + a_{tg}(t-t_0) \quad (1)\\ s_t &= s_0 + v_0(t-t_0) + \frac{1}{2}a_{tg}(t-t_0)^2 \quad (2)\\ v_t^2 &= v_0^2 + 2a_{tg}(s_t - s_0) \quad (3)\end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} 0 &= 20 + (-5)\cdot t \quad (1)\\ s_f &= 0 + 20\cdot t + \frac{1}{2}\cdot(-5)\cdot t^2 \quad (2)\\ 0^2 &= 20^2 + 2\cdot(-5)\cdot s_f \quad (3)\end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} &\text{de (1)}: \ t = 4\text{ s}\\ &\text{de (3)}: \ s_f = 40\text{ m}\end{aligned}$$

b) Dado que el coche necesitaría 40 m para parar y el camión se encuentra a 30 m de donde comienza a frenar, si chocaría.

A33 Un móvil tiene un movimiento uniformemente acelerado, con una velocidad inicial de 10 m/s, alcanza una velocidad de 15 m/s tras recorrer 125 m desde el instante inicial. Calcula el tiempo empleado y su aceleración.

Solución

Se trata de un MRUA. Elegimos $t_0 = 0$ y $s_0 = 0$. De las ecuaciones de este movimiento:

$$\left.\begin{aligned} v_t &= v_0 + a_{tg}\, t \quad (1)\\ s_t &= s_0 + v_0\, t + \frac{1}{2}a_{tg}\, t^2 \quad (2)\\ v_t^2 &= v_0^2 + 2\,a_{tg}(s - s_0) \quad (3)\end{aligned}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{aligned} &\text{de (3)}: 15^2 = 10^2 + 2\cdot a_{tg}\cdot 125 \ \Rightarrow \ a_{tg} = 0{,}50\text{ m/s}^2\\ &\text{de (1)}: 15 = 10 + 0{,}50\cdot t \ \Rightarrow \ t = 10\text{ s}\end{aligned}\right.$$

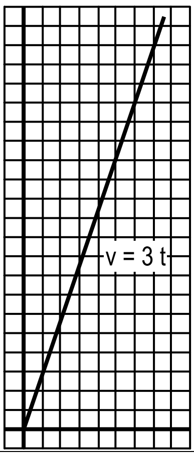
A34 Un coche inicialmente en reposo comienza a moverse con una aceleración tangencial sobre la trayectoria de 3 m/s². Si suponemos que mantiene constante dicha aceleración durante 5 s, se pide:
a) ¿Con qué rapidez se moverá y donde se encontrará al cabo de esos 5 s?
b) Construye las gráficas $v = v\ (t)$ y $s = s\ (t)$.
c) Señala en un esquema, por medio de cruces sobre la trayectoria, las posiciones sucesivas del coche a intervalos de 1 s.

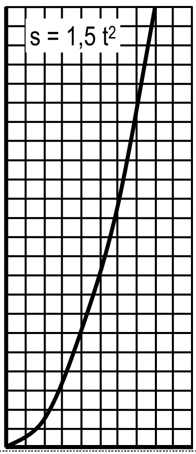
Solución

a) Se trata de un MUA. Elegimos un sistema de referencia tal que $s_0 = 0$ y $t_0 = 0$. Según el enunciado, $v_0 = 0$, $a_{tg} = 5$ m/s², $t = 5$ s. Luego:

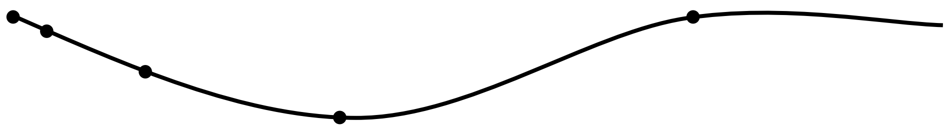
$$\left.\begin{aligned} v_t &= v_0 + a_{tg}(t-t_0)\\ s_t &= s_0 + v_0(t-t_0) + \frac{1}{2}a_{tg}(t-t_0)^2\end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} v_5 &= 0 + 3\cdot 5 = 15\text{ m/s}\\ s_5 &= 0 + 0\cdot 5 + \frac{1}{2}\cdot(3)\cdot 5^2 = 37{,}5\text{ m}\end{aligned}$$

b)





c) Dado que no conocemos la trayectoria, suponemos una cualquiera.



A35 Un tren metropolitano parte de una estación con aceleración constante y al cabo de 10 s alcanza una velocidad de 72 km/h. Mantiene esa velocidad durante 2,0 minutos. Al llegar a la estación siguiente, frena uniformemente recorriendo 200 m hasta parar. Se supone movimiento rectilíneo. Calcula:
a) La aceleración en la primera fase del movimiento.
b) El espacio que recorre en la primera fase.
c) La aceleración que tiene en la última fase.
d) Tiempo que ha estado en movimiento en la última fase.

ACTIVIDADES CINEMÁTICA

e) Espacio total recorrido.
f) Dibuja los diagramas a_{tg}-t, v-t y s-t.

Solución

a) 72 km/h = 20 m/s

En esta primera fase, que dura 10 s, se trata de un MRUA. Elegimos una descripción escalar. Elegimos t_0 = 0 (instante en que comienza a moverse) y s_0 = 0 (medimos distancias a partir de el punto de arranque). Por lo tanto:

$$\left.\begin{array}{r} s_t = s_0 + v_0 t + 1/2 a_{tg} t^2 \quad (1) \\ v_t = v_0 + a_{tg} t \quad (2) \end{array}\right\} \Rightarrow \ (\text{de } 2): \quad 20 = 0 + a_{tg} \cdot 10 \quad \Rightarrow \quad a_{tg} = 2{,}0 \text{ m/s}^2$$

b)

$$\text{de } (1): \quad s_1 = s\,(t=10) = 0 + 0 \cdot 10 + 1/2 \cdot 2 \cdot 10^2 = 100 \text{ m}$$

c,d) En la última fase parte de una velocidad de 20 m/s y se detiene después de recorrer 200 m. Se trata de un MRUA. Elegimos t_0 =0 (instante en que comienza a frenar) y s_0 = 0 (medimos distancias a partir de el punto en que comienza a frenar). Por lo tanto:

$$\left.\begin{array}{r} s_t = s_0 + v_0 t + 1/2 a_{tg} t^2 \quad (1) \\ v_t = v_0 + a_{tg} t \quad (2) \\ v_t^2 = v_0^2 + 2a_{tg}(s_t - s_0) \quad (3) \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \text{de } (2): 0 = 20 + a_{tg} \cdot t \\ \text{de}(3): 0^2 = 20^2 + 2 \cdot a_{tg} \cdot 200 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{c} a_{tg} = -1 \text{ m/s}^2 \\ t = 20 \text{ s} \end{array}$$

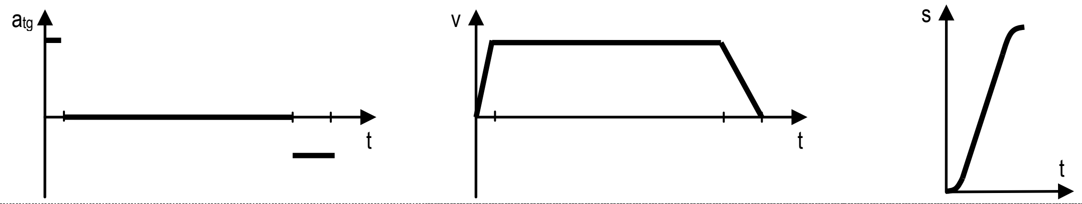
e) En la primera fase se ha calculado que $s_1 = 100$ m

En la segunda fase (MRU), el espacio recorrido será: $s_2 = v_2\, t_2 = 20 \cdot 120 = 2400$ m

En la tercera fase (MRUA) el espacio recorrido es (dato): $s_3 = 200$ m

El espacio total recorrido será entonces: $s_T = s + s + s = 100 + 2400 + 200 = 2700$ m

f)



A36 Un camión que empieza a subir un puerto de montaña a 60 km/h, llega a la parte más alta a 20 km/h, habiendo disminuido su velocidad de manera uniforme. Halla la longitud que tiene la cuesta si tardó 10 minutos en subirla.

Solución

60 km/h = 16,7 m/s   20 km/h = 5,6 m/s   10 min = 600 s

Se trata de un MRUA. Elegimos t_0 = 0 y s_0 = 0. De las ecuaciones de este movimiento:

$$\left.\begin{array}{l} v_t = v_0 + a_{tg}\, t \quad (1) \\ s_t = s_0 + v_0\, t + \frac{1}{2} a_{tg}\, t^2 \quad (2) \\ v_t^2 = v_0^2 + 2\, a_{tg}(s - s_0) \quad (3) \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \text{de } (1): \ 5{,}6 = 16{,}7 + a_{tg} \cdot 600 \quad \Rightarrow \quad a_{tg} = -0{,}019 \text{ m/s}^2 \\ \text{de } (2): \ s_{t=600} = 0 + 16{,}7 \cdot 600 + \frac{1}{2}(-0{,}019) \cdot 600^2 = 6600 \text{ m} \end{array}\right.$$

A37 Un ingeniero quiere diseñar una pista para aviones de manera que puedan despegar con una velocidad de 72 m/s. Estos aviones pueden acelerar uniformemente a razón de 4,0 m/s².
a) ¿Cuánto tiempo tardarán los aviones en adquirir la velocidad de despegue?
b) ¿Cuál debe ser la longitud mínima de la pista de despegue?

Solución

MRUA $t_0 = 0$, $s_0 = 0$ $v_0 = 0$, $v_t = 72$ m/s $a_{tg} = 4$ m/s²	$\left.\begin{array}{l} v_t = v_0 + a_{tg}(t - t_0) \quad (1) \\ s_t = s_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2} a_{tg}(t - t_0)^2 \quad (2) \\ v_t^2 = v_0^2 + 2a_{tg}(s_t - s_0) \quad (3) \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 72 = 0 + 4\,t \quad (1) \\ s_t = 0 + 0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot t^2 \quad (2) \\ 72^2 = 0^2 + 2 \cdot 4 \cdot s_t \quad (3) \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{a) de (1)}: t = 18 \text{ s} \\ \text{b) de (2)}: s = 648 \text{ m} \end{array}$

A38 Un ciclista que viaja a 36 km/h, tarda 10 s en parar.
a) ¿Qué aceleración de frenado se aplica hasta que se detiene?
b) ¿Qué distancia recorre?

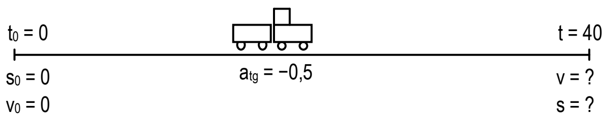
Solución

MRUA		
$t_0 = 0,\ s_0 = 0$ $v_0 = 10$ m/s, $v_t = 0$ $t = 10$ s	$\left.\begin{array}{l} v_t = v_0 + a_{tg}(t - t_0) \quad (1) \\ s_t = s_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a_{tg}(t - t_0)^2 \quad (2) \\ v_t^2 = v_0^2 + 2a_{tg}(s_t - s_0) \quad (3) \end{array}\right\} \Rightarrow$	$\left\{\begin{array}{l} 0 = 10 + a_{tg} \cdot 10 \quad (1) \\ s_t = 0 + 10 \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot a_{tg} \cdot 10^2 \quad (2) \\ 0^2 = 10^2 + 2 \cdot a_{tg} \cdot s_t \quad (3) \end{array}\right.$
a) de (1): $a_{tg} = -1{,}0\ \text{m/s}^2$	b) de (2): $s_{t=10} = 50$ m	

A39 Un tren que lleva una rapidez de 30 m/s frena durante 40 segundos con una aceleración constante de −0,50 m/s².
a) Calcula la rapidez que lleva el tren al final de los 40 segundos.
b) Calcula la distancia recorrida en ese tiempo.

Solución

MRUA
$t_0 = 0$, $t = 40$ s
$s_0 = 0$, $s_t = ?$
$v_0 = 30$ m/s, $v_t = ?$
$a_{tg} = -0{,}5$ m/s²



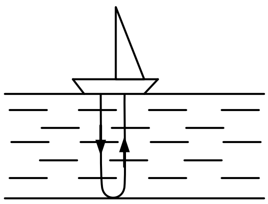
$$\left.\begin{array}{l} \text{Ecuaciones generales del MUA:} \\ v_t = v_{t_0} + a_{tg}(t - t_0) \quad (1) \\ s_t = s_{t_0} + v_{t_0}(t - t_0) + \frac{1}{2}a_{tg}(t - t_0)^2 \quad (2) \\ v_t^2 = v_{t_0}^2 + 2\,a_{tg}(s_t - s_{t_0}) \quad (3) \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \text{Ecuaciones particularizadas:} \\ v_{t=30} = 30 + (-0{,}5) \cdot 40 \quad (1) \\ s_{t=30} = 0 + 30 \cdot 40 + \frac{1}{2}(-0{,}5) \cdot 40^2 \quad (2) \\ v_{t=30}^2 = 30^2 + 2\,(-0{,}5)\, s_{t=30} \quad (3) \end{array}\right.$$

a) de (1): $v_{t=30} = 10$ m/s

b) de (2): $s_{t=30} = 800$ m

A40 Si el sonido se propaga en el agua de mar a 1460 m/s, calcula la profundidad del océano en un lugar donde el eco de una señal acústica se recibe a los 8,42 s de enviarse

Solución



MRU
v = 1640 m/s
$s_0 = 0$, $t_0 = 0$,
t = 8,42 s

$$s_t = s_{t_0} + v\,(t - t_0) \Rightarrow s\,(8{,}42) = 1460 \cdot 8{,}42 = 12293 \text{ m}$$

$$s = 2\,h \Rightarrow 13809 = 2\,h \Rightarrow h = 6147 \text{ m}$$

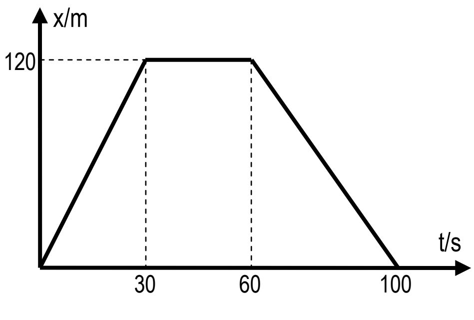
A41 Un modelo de coche actual, presume que partiendo del reposo alcanza los 100 km/h en 8 segundos. Calcula su aceleración, supuesta constante, en m/s².

Solución

MUA
$t_0 = 0$, $v_0 = 0$
$v_{t=8} = 100$ km/h = 27,8 m/s

$$v_t = v_{t_0} + a_{tg}\,(t - t_0) \Rightarrow 27{,}8 = 0 + a_{tg} 8 \Rightarrow a_{tg} = 3{,}47\ \text{m/s}^2$$

A42 En la siguiente gráfica posición-tiempo se representa el movimiento rectilíneo realizado por un cuerpo:



a) Describe de qué tipo de movimiento se trata.
b) ¿Cuánto vale la velocidad media en cada uno de los tramos?
c) Y la velocidad media total.

ACTIVIDADES CINEMÁTICA

Solución

a) El movimiento global puede desglosarse en tres movimientos rectilíneos consecutivos. En cada uno de ellos, la gráfica x-t es una recta. Por lo tanto:

$0 \le t \le 30$	$30 < t \le 60$	$60 < t \le 100$
$\vec{v} = cte \Rightarrow v = cte \Rightarrow$ MRU	$\vec{v} = 0 \Rightarrow v = 0 \Rightarrow$ Reposo	$\vec{v} = cte \Rightarrow v = cte \Rightarrow$ MRU

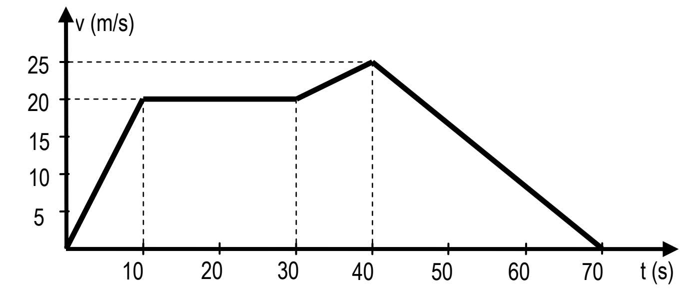
b)

Tramo $0 \le t \le 30$	Tramo $30 < t \le 60$	Tramo $60 < t \le 120$
$\vec{v}\,(0{,}30) = \dfrac{\vec{r}\,(30) - \vec{r}\,(0)}{30 - 0}$	$\vec{v}\,(30{,}60) = \dfrac{\vec{r}\,(60) - \vec{r}\,(30)}{60 - 30}$	$\vec{v}\,(0{,}30) = \dfrac{\vec{r}\,(60) - \vec{r}\,(100)}{100 - 60}$
$\vec{v}\,(0{,}30) = \dfrac{120\,\vec{i} - 0\,\vec{i}}{30} = 4\,\vec{i}$ m/s	$\vec{v}\,(0{,}30) = \dfrac{120\,\vec{i} - 120\,\vec{i}}{30} = 0\,\vec{i}$	$\vec{v}\,(0{,}30) = \dfrac{0\,\vec{i} - 120\,\vec{i}}{40} = -3\,\vec{i}$ m/s

c)

$$\vec{v}\,(0{,}100) = \frac{\vec{r}\,(100) - \vec{r}\,(0)}{100 - 0} = \frac{0\,\vec{i} - 0\,\vec{i}}{100} = 0\,\vec{i}$$

A43 El movimiento rectilíneo de un automóvil viene descrito por la gráfica velocidad-tiempo siguiente:



a) ¿Qué tipos de movimiento lleva el móvil?
b) ¿Cuál es el valor de la aceleración (tangencial) en cada tipo de movimiento?
c) ¿Qué espacio recorre en cada tramo y qué espacio recorre en total?
d) ¿Cuál es la rapidez media del móvil?

Solución

a)

TRAMO 1	TRAMO 2	TRAMO 3	TRAMO 4
0 ≤ t ≤ 10 MRUA	30 ≤ t ≤1 40 MRU	10 ≤ t ≤ 30 MRUA	40 ≤ t ≤ 70 MRUA

b) En un MRUA: $v_t = v_{t_0} + a_{tg}(t - t_0) \quad \Rightarrow \quad a_{tg} = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$. Por lo tanto:

TRAMO 1	TRAMO 2	TRAMO 3	TRAMO 4
$a_{tg} = \dfrac{20 - 0}{10} = 2\,m/s^2$	$a_{tg} = \dfrac{20 - 20}{30} = 0\,m/s^2$	$a_{tg} = \dfrac{25 - 20}{10} = 0{,}5\,m/s^2$	$a_{tg} = \dfrac{0 - 25}{30} = -0{,}83\,m/s^2$

c) Se establecen referencias temporales y espaciales al principio de cada tramo.

En un MRUA: $s_t = s_{t_o} + v_{t_0}(t - t_0) + \dfrac{1}{2} \cdot a_{tg}(t - t_0)^2 \quad \Rightarrow \quad \Delta s = v_0\,\Delta t + \dfrac{1}{2}\,a_{tg}\,\Delta t^2$. Por lo tanto:

TRAMO 1: $\Delta s_1 = 0 \cdot 10 + \dfrac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^2 = 100\,m$

TRAMO 3: $\Delta s_3 = 20 \cdot 10 + \dfrac{1}{2} \cdot 0{,}5 \cdot 10^2 = 225\,m$

TRAMO 2: $\Delta s_2 = 20 \cdot 20 + \dfrac{1}{2} \cdot 0 \cdot 20^2 = 400\,m$

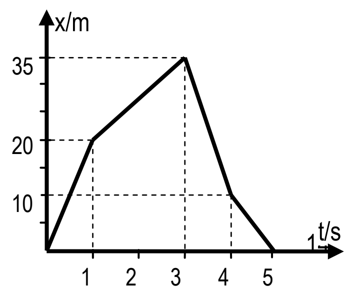
TRAMO 4 $\Delta s_4 = 25 \cdot 30 + \dfrac{1}{2} \cdot (-0{,}83) \cdot 30^2 = 375\,m$

$$\Delta s_{TOTAL} = \Delta s_1 + \Delta s_2 + \Delta s_3 + \Delta s_4 = 100 + 400 + 225 + 375 = 1100\,m$$

d)

$$v_m(0{,}70) = \frac{\Delta s_{TOTAL}}{\Delta t} = \frac{1100}{70} = 15{,}7\,m/s$$

A44 La gráfica adjunta muestra el desplazamiento en función del tiempo para un cuerpo que se mueve a lo largo del eje X. Halla las velocidades medias en los siguientes intervalos:
a) entre 0 y 1 s
b) entre 0 y 4 s
c) entre 1 y 5 s
d) entre 0 y 5 s

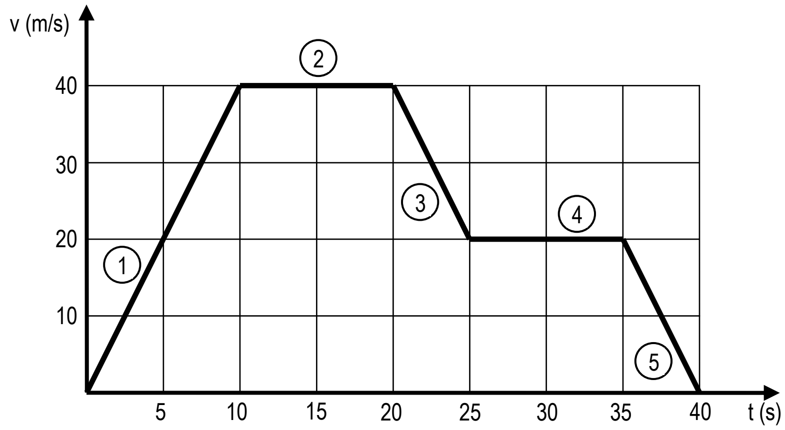


ACTIVIDADES CINEMÁTICA

Solución

a) Tramo $0 \le t \le 1$ $\vec{v}_m(0,1) = \dfrac{\vec{r}(1) - \vec{r}(0)}{1-0} = \dfrac{20\vec{i} - 0\vec{i}}{1} = 20\vec{i}$ m/s	b) Tramo $0 \le t \le 4$ $\vec{v}_m(0,4) = \dfrac{\vec{r}(4) - \vec{r}(0)}{4-0} = \dfrac{10\vec{i} - 0\vec{i}}{4} = 2{,}5\vec{i}$
c) Tramo $1 < t \le 5$ $\vec{v}_m(1,5) = \dfrac{\vec{r}(5) - \vec{r}(1)}{5-1} = \dfrac{0\vec{i} - 20\vec{i}}{4} = -5\vec{i}$ m/s	d) Tramo $0 \le t \le 5$ $\vec{v}_m(0,5) = \dfrac{\vec{r}(5) - \vec{r}(0)}{5-0} = \dfrac{0\vec{i} - 0\vec{i}}{5} = 0\vec{i}$ m/s

A45 El movimiento de un vehículo viene representado por la siguiente gráfica rapidez-tiempo. Indica para cada tramo:
a) El tipo de movimiento. b) La aceleración. c) La distancia recorrida.



Solución

a)

Tramo 1	Tramo 2	Tramo 3	Tramo 4	Tramo 5
MUA (a_{tg} > 0)	MU	MUA (a_{tg}) < 0	MU	MUA (a_{tg}) < 0

b)

T1: $a_{tg}(0,10) = \dfrac{v(10) - v(0)}{10-0} = \dfrac{40-0}{10} = 4\ \text{m/s}^2$

$s_{0\text{-}10} = 0 + 0\cdot 10 + (1/2)\cdot 4\cdot 10^2 = 200\ \text{m}$

T2: $a_{tg}(10,20) = \dfrac{v(20) - v(10)}{20-10} = \dfrac{0-0}{10} = 0\ \text{m/s}^2$

$s_{10\text{-}20} = 0 + 40\cdot 10 + (1/2)\cdot 0\cdot 10^2 = 400\ \text{m}$

T3: $a_{tg}(20,25) = \dfrac{v(25) - v(20)}{25-20} = \dfrac{20-40}{5} = -4\ \text{m/s}^2$

$s_{20\text{-}25} = 0 + 40\cdot 5 + (1/2)\cdot(-4)\cdot 5^2 = 150\ \text{m}$

T4: $a_{tg}(25,35) = \dfrac{v(35) - v(25)}{35-25} = \dfrac{20-20}{10} = 0\ \text{m/s}^2$

$s_{25\text{-}35} = 0 + 20\cdot 10 = 200\ \text{m}$

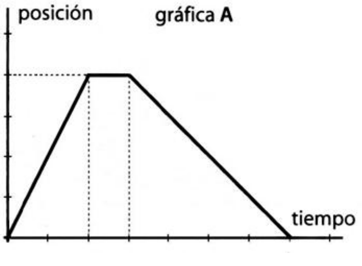
T5: $a_{tg}(35,40) = \dfrac{v(40) - v(35)}{40-35} = \dfrac{0-20}{5} = -4\ \text{m/s}^2$

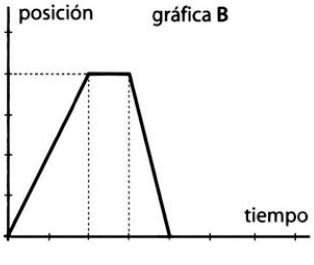
$s_{35\text{-}40} = 0 + 20\cdot 5 + (1/2)\cdot(-4)\cdot 5^2 = 50\ \text{m}$

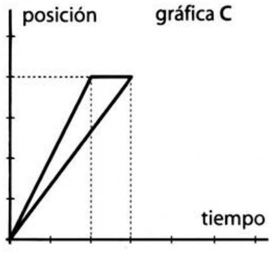
c) La distancia recorrida será:

$$s_{TOTAL} = s_{0\text{-}10} + s_{10\text{-}20} + s_{20\text{-}25} + s_{25\text{-}35} + s_{35\text{-}40} = 200 + 400 + 150 + 200 + 50 = 1000\ \text{m}$$

A46 Una persona se desplaza a una velocidad constante. Al cabo de 2 minutos, decide detenerse durante un minuto para regresar posteriormente al punto de partida al doble de velocidad que llevaba a la ida. Razona cuál de las siguientes gráficas representa el movimiento efectuado por dicha persona.





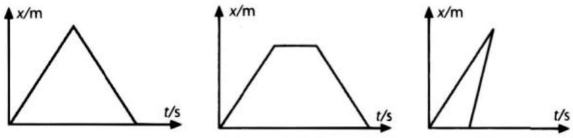


Solución

La gráfica correcta es b), puesto que al regresar con doble velocidad que en el trayecto de ida, efectuará el mismo desplazamiento, en la mitad de tiempo, situación que recoge la gráfica.

ACTIVIDADES CINEMÁTICA

A47 Un cuerpo parte del reposo y, después de recorrer algunos metros, vuelve al punto de partida. ¿Cuál de las siguientes gráficas corresponde a la descripción de este movimiento?



Solución

La primera gráfica es la que representa el movimiento descrito. La segunda supondría un reposo intermedio que no se especifica en la cuestión. La tercera supondría una inversión del tiempo.

MOVIMIENTO VERTICAL LIBRE

A48 Se lanza un objeto verticalmente hacia arriba. Cuando su altura es máxima, ¿cuánto vale su velocidad? ¿Y su aceleración? Razonar la respuesta.

Solución

En el punto de altura máxima, su rapidez, y por lo tanto su velocidad, es cero, pues si no fuese así, el objeto seguiría subiendo. La rapidez disminuye progresivamente, alcanza el valor cero en el punto de altura máxima, y luego comienza a aumentar en el descenso.

La aceleración es constante en todo momento y de valor (sistema de referencia cartesiano habitual):

$$\vec{a} = -g\,\vec{j} = -9{,}8\,\vec{j}\ \text{m/s}^2 .$$

A49 Un helicóptero desciende a una velocidad de 10 m/s en el momento en que un objeto cae del mismo. Si el objeto golpea el suelo 4,0 s más tarde:

a) ¿Desde qué altura cae?

b) ¿Con qué velocidad golpea el suelo?

Solución

a) Se trata de movimiento vertical libre: $\vec{a}(t) = -10\,\vec{j}$

Sistema de referencia espacial de la figura. Referencia temporal con origen en el instante en que cae el objeto.

Ecuaciones del movimiento:

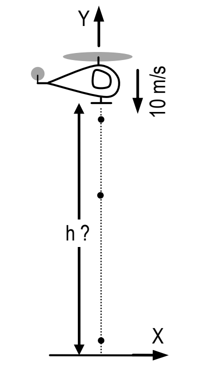
$$\begin{cases} \vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0\,(t-t_0) + 1/2\ \vec{a}\ (t-t_0)^2 \ \Rightarrow\ y(t) = h - 10\,t - 5{,}0\,t^2 \\ \vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}\ (t-t_0) \ \Rightarrow\ v(t) = -10 - 10\,t \end{cases}$$

Cuando el paquete llega al suelo, y = 0, t = 4,0 s. Luego:

$$y\ (4{,}0) = 0 \quad\Rightarrow\quad h - 10\cdot 4{,}0 - 5\cdot 4{,}0^2 = 0 \quad\Rightarrow\quad h = 1{,}2\cdot 10^2\ \text{m}$$

b)

$$v\,(t=4) = -10{,}0 - 10\cdot 4 = -50\ \text{m/s}$$



A50 Desde un globo que se está elevando a 2,0 m/s se deja caer un paquete cuando se encuentra a 60 m de altitud. Calcula:

a) ¿Cuánto tiempo tarda en el paquete en llegar al suelo?

b) ¿Con qué velocidad llega?

c) ¿Dónde se encuentra el globo cuando llega al suelo el paquete?

Solución

a) Sistema de referencia espacial de la figura. Referencia temporal con origen en el instante que se deja caer el paquete. Tanto para el paquete como para el globo.

- Paquete. Movimiento vertical libre: $\vec{a}(t) = -9{,}8\,\vec{j}$. Ecuaciones del movimiento:

$$\begin{cases} \vec{r}_P(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0\,(t-t_0) + 1/2\ \vec{a}\ (t-t_0)^2 \ \Rightarrow\ y_P(t) = 60 + 2{,}0\,t - 4{,}9\,t^2 \\ \vec{v}_P(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}\ (t-t_0) \ \Rightarrow\ v_P(t) = 2{,}0 - 9{,}8\,t \end{cases}$$

Cuando el paquete llega al suelo, y = 0. Luego:

$$0 = 60 + 2{,}0\,t - 4{,}9\,t^2 \quad\Rightarrow\quad t = 3{,}7\ \text{s}$$

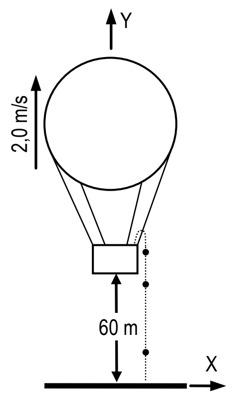
b)

$$v\,(t=3{,}7) = 2{,}0 - 9{,}8\cdot 3{,}7 = -34\ \text{m/s}$$

c) - Globo. Movimiento de $\vec{v}$ constante: $\vec{v}(t) = 2{,}0\,\vec{j}$. Ecuación de movimiento:

$$\vec{r}_G(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}\,(t-t_0) \ \Rightarrow\ y_G(t) = 60 + 2{,}0\ t$$

Luego: $y_G\,(t=3{,}7) = 60 + 2{,}0\cdot 3{,}7 = 67{,}4\ \text{m}$

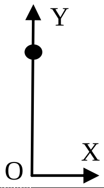


ACTIVIDADES CINEMÁTICA

A51 Se lanza verticalmente hacia arriba una pelota con velocidad de 30 m/s.
a) ¿Cuál es la velocidad y situación de la pelota después de 2 s y 4 s?
b) ¿Qué velocidad y aceleración tiene en el punto más alto de su trayectoria?
c) Hasta que altura sube la pelota.

Solución

a) Se trata de un movimiento vertical, Se realiza una descripción vectorial a través de un sistema de referencia cartesiano con origen en el punto de lanzamiento.

	Ecuaciones del movimiento: $a_{yt} = -10$ $v_y(t) = v_{y0} - 10\,t$ $y(t) = y_0 + v_{y0}\,t - 5\,t^2$	datos: $y_0 = 0$ m $v_{y0} = +\,30$ m/s	a) $v_y(t=2) = 30 - 10\cdot 2 = 10\ \text{m/s}$ $v_y(t=4) = 30 - 10\cdot 4 = -10\ \text{m/s}$ $y(t=2) = 0 + 30\cdot 2 - 5\cdot 2^2 = 40\ \text{m}$ $y(t=4) = 0 + 30\cdot 4 - 5\cdot 4^2 = 40\ \text{m}$

b) En el punto más alto la velocidad vale 0 pues en ese instante cambia de sentido. El vector velocidad pasa de tener sentido +Y a sentido –Y, y dado que ese cambio es progresivo, debe tomar en el momento de cambio el valor 0.
La aceleración es siempre constante, la aceleración de la gravedad que se dice, 9,8 m/s².

c) Cuando la pelota alcanza la altura máxima se cumple que $v_y = 0$. Luego:

$$0 = 30 - 10\,t \quad \Rightarrow \quad t = 3\ \text{s}\ \text{(instante en que se alcanza la máxima altura)}$$

Y la altura en ese instante, altura máxima, será:

$$y_{máx} = y(t=3) = 0 + 30\cdot 3 - 5\cdot 3^2 = 45\ \text{m}$$

A52 Se lanza una bola desde el suelo verticalmente hacia arriba con una velocidad de 30 m/s:
a) ¿Cuánto tiempo tardará en llegar al punto más alto?
b) ¿Qué altura máxima alcanzará?
c) ¿Cuánto tiempo tardará en llegar al suelo de nuevo?
d) ¿Cuál será la velocidad con que llegará al suelo?

Solución

a) Se trata de un movimiento vertical. Se hace un tratamiento vectorial. Las ecuaciones son entonces:

$$\left.\begin{array}{l} y_t = y_0 + v_{0y}\,t - 5\,t^2 \\ v_{yt} = v_{0y} - 10\,t \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} y = 0 - 30\,t - 5\,t^2 \\ v_y = 30 - 10\,t \end{array}$$

Cuando la pelota llega al punto más alto, $v_y = 0$. Luego.

$$30 - 10t = 0 \quad \Rightarrow \quad t = 3{,}0\ \text{s}$$

b) En el instante de altura máxima, v = 0 $\Rightarrow$ t = 3,0 s (apatado anterior). Luego:

$$y(t=3) = 30\cdot 3{,}0 - 5{,}0\cdot 3{,}0^2 = 45\ \text{m}$$

c) Cuando llega al suelo, y = 0. Luego:

$$y = 30\,t - 5{,}0\cdot t^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad t = 6{,}0\ \text{s}$$

d) Cuando llega al suelo, t = 6,1 s. La velocidad en ese instante será:

$$v_y(t=6{,}0) = 30 - 10\cdot 6{,}0 = -\,30\ \text{m/s}$$

A53 Si lanzas una pelota verticalmente hacia arriba estando tu mano a 1,4 m de altura en el instante en que la pelota despega, y cae al suelo al cabo de 4,5 s.
a) ¿Qué velocidad comunicaste a la pelota?
b) ¿Qué altura ascendió?

Solución

a) Conviene un tratamiento vectorial. Se trata de un movimiento de $\vec{a} = \text{cte}$. Elegimos un sistema de referencia cartesiano con origen en el suelo. Las ecuaciones que lo rigen las podemos escribir.

$$\left.\begin{array}{l} y_t = y_0 + v_{0y}t - 5\,t^2 \\ v_{yt} = v_{0y} - 5\,t \end{array}\right\} \text{que particularizadas para nuestro caso} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} y_t = 1{,}4 + v_{0y}t - 5\,t^2 \\ v_{yt} = v_{0y} - 5\,t \end{array}\right.$$

Dado que cuando y = 0 cuando t = 4,5:

$$0 = 1{,}4 + v_{0y}\,4{,}5 - 5\,(4{,}5)^2 \quad \Rightarrow \quad v_{0y} = 22{,}2\ \text{m/s}$$

ACTIVIDADES CINEMÁTICA

b) De la conocida expresión obtenida eliminando t en las ecuaciones del movimiento:

$$v_{yt}^2 = v_{0y}^2 - 20\,(y_t - y_0)$$

y de la condición de que cuando y es máxima, $v_y = 0$, entonces

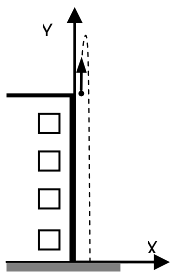
$$0 = 22{,}2^2 - 20\,(y_{máx} - 1{,}4) \quad \Rightarrow \quad y_{máx} = 26{,}0\ \text{m}$$

A54 Desde la azotea de un edificio de 80 m de altura se lanza verticalmente hacia arriba una piedra con una velocidad de 20 m/s. Calcula:

a) Altura respecto a la calle a la que se encuentra 1 s después de ser lanzada.
b) Altura máxima que alcanza sobre la calle.
c) Posición respecto a la calle a los 4 s.
d) Tiempo que tarda en llegar a la calle.
e) Velocidad que tiene a los 3 s.
f) Velocidad con que llega al suelo.

Solución

a)



Se trata de un movimiento libre vertical. Se elige un sistema de referencia espacial cartesiano con origen en el suelo. Se elige un sistema de referencia temporal con origen en el instante en que se lanza la piedra. Las ecuaciones que rigen el movimiento se pueden escribir entonces:

$$\left.\begin{aligned} y_t &= y_0 + v_{0y}t - 5\,t^2 \\ v_{yt} &= v_{0y} - 10\,t \\ v_{yt}^2 &= v_{0y}^2 - 20\,(y_t - y_0) \end{aligned}\right\} \Rightarrow \text{para este caso:} \left\{\begin{aligned} & y_t = 80 + 20\,t - 5\,t^2 \quad (1) \\ & v_{yt} = 20 - 10\,t \quad (2) \\ & v_{yt}^2 = 20^2 - 20\,(y_t - 80_0) \quad (3) \end{aligned}\right.$$

Luego: $y\,(t=1) = 80 + 20 \cdot 1 - 5\,(1)^2 = 95\ \text{m}$

b) Cuando la altura es máxima, $v_y = 0$. Luego, de (3):

$$0^2 = 20^2 - 20\,(y_{máx} - 80) \quad \Rightarrow \quad y_{máx} = 100\ \text{m}$$

c) De (1): $y\,(t=4) = 80 + 20 \cdot 4 - 5\,(4)^2 = 80\ \text{m}$

d) Cuando llega a la calle, y = 0. Luego, de (1):

$$y_t = 0 = 80 + 20\,t - 5\,t^2 \quad \Rightarrow \quad t = 6{,}5\ \text{s}$$

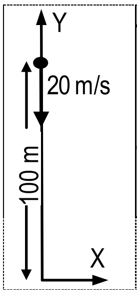
e) De (2): $v_y\,(t=3) = 20 - 10 \cdot 3 = -10\ \text{m/s}$

f) De (2): $v_y\,(t=6{,}5) = 20 - 10 \cdot 6{,}5 = -45\ \text{m/s}$

A55 Desde lo alto de un edificio de 100 m se lanza verticalmente hacia abajo una pelota con una velocidad de 20 m/s.

a) ¿Cuál es el tiempo que tarda la pelota en llegar al suelo?
b) ¿Con qué velocidad llega al suelo?

Solución



a) Se trata de un movimiento vertical. Se hace un tratamiento vectorial. Las ecuaciones son entonces:

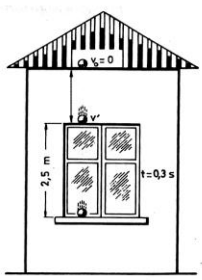
$$\left.\begin{aligned} y_t &= y_0 + v_{0y}\,t - 5\,t^2 \\ v_{yt} &= v_{0y} - 10\,t \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad \begin{aligned} y &= 100 - 20\,t - 5\,t^2 \\ v_y &= -20 - 10\,t \end{aligned}$$

Cuando la pelota llega al suelo, y = 0. Luego.

$$0 = 100 - 20\,t - 5\,t^2 \quad \Rightarrow \quad t = 2{,}9\ \text{s}$$

b) De la ecuación de la velocidad: $v_y = -20 - 10\,t \quad \Rightarrow \quad v_y = -20 - 10 \cdot 2{,}9 = -49\ \text{m/s}$

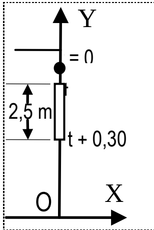
A56 Una pelota se deja caer desde la cornisa de un edificio y tarda 0,30 s en recorrer la distancia de 2,5 m entre el borde superior y el inferior de una ventana. ¿A qué distancia de la cornisa se encuentra el borde superior de la ventana?



Solución

Se trata de un movimiento vertical, Se realiza una descripción vectorial a través de un sistema de referencia cartesiano con origen en la base del edificio.

ACTIVIDADES CINEMÁTICA

	Ecuaciones del movimiento: $a_{yt} = -10$ $v_y(t) = v_{0y} - 10\,t$ $y(t) = y_0 + v_{0y}\,t - 5\,t^2$	datos: $y_0 = h$ $v_{y0} = 0$ m/s $y(t) - y(t+0{,}30) = 2{,}5$	donde: $h \equiv$ altura del edificio $t \equiv$ instante en que la pelota alcanza el borde superior de la ventana

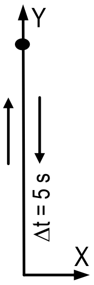
$$\left.\begin{array}{l} y(t) = h - 5\cdot t^2 \\ y(t+0{,}30) = h - 5\cdot(t+0{,}30)^2 = h - 5\,t^2 - 0{,}45 - 3{,}0\,t \\ y(t) - y(t+0{,}30) = 2{,}5 \end{array}\right\} \Rightarrow 0{,}45 - 3{,}0\,t = 2{,}5 \Rightarrow -2{,}05 = -3{,}0\,t \Rightarrow t = 0{,}68\,\text{s}$$

La distancia entre la cornisa y el borde superior de la ventana será:

$$d = h - y(0{,}68) = h - (h - 5\,t^2) = 5\,t^2 = 5\cdot 0{,}68^2 = 2{,}3\,\text{m}$$

A57 Un cuerpo lanzado verticalmente hacia arriba volvió a la tierra al cabo de 5,0 s. Calcular:
a) Su velocidad inicial.
b) La altura a qué se elevó. Datos: Tomar g = 10 m/s². Se desprecia el roce del aire.

Solución



a) Se trata de un movimiento vertical. Se hace un tratamiento vectorial. Las ecuaciones son entonces:

$$\left.\begin{array}{l} y_t = y_0 + v_{0y}\,t - 5\,t^2 \\ v_{yt} = v_{0y} - 10\,t \\ v_{yt}^2 = v_{0y}^2 - 20(y_t - y_0) \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{ll} y = 0 + v_0 t - 5\,t^2 & (1) \\ v_y = v_0 - 10\,t & (2) \\ v_y^2 = v_0^2 - 20\,y & (3) \end{array}$$

Cuando la pelota llega al suelo al cabo de 5 s, y = 0. Luego de (1):

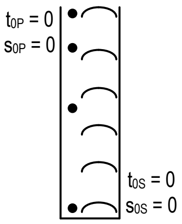
$$y(5) = 0 = v_0\cdot 5 - 5\cdot 5^2 \Rightarrow v_0 = 25\,\text{m/s}$$

b) En el instante en que el cuerpo alcanza la altura máxima, $v_y = 0$. Entonces, de (3):

$$0 = 25^2 - 20\cdot h_{máx} \Rightarrow h_{máx} = 31{,}25\,\text{m}$$

A58 ¿Cuál es la profundidad de un pozo si el impacto de una piedra se escucha al cabo de 2,0 s después de haberla dejado caer?
Dato: v_{sonido} = 340 m/s.

Solución



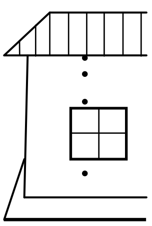
$$\left.\begin{array}{l} t_p + t_s = 2{,}0 \\ \text{Piedra: MRUA}: s_p = 4{,}9\,t_p^2 \\ \text{Sonido: MRU}: s_s = 340\,t_s \\ s_p = s_s \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} t_p + t_s = 2{,}0 \\ 4{,}9\,t_p^2 = 340\,t_s \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} t_p = 1{,}946\,\text{s} \\ t_s = 0{,}054\,\text{s} \end{array}$$

Finalmente, dado que la altura del pozo es igual que la distancia recorrida por el sonido en 0,054 s:

$$h = s_s = 340\cdot 0{,}054 = 18{,}4\,\text{m}$$

A59 Se observa que las gotas de agua que caen desde un tejado tardan 0,14 s en recorrer la altura de una ventana de 1,50 m de altura que está situada a una cierta distancia por debajo del tejado. ¿A qué altura sobre el marco superior de la ventana se encuentra el tejado?

Solución



Tratamiento escalar. La gota describe un MRUA.
Sea v la velocidad con la cual las gotas llegan al borde superior de la ventana. Para el movimiento de la gota entre el borde superior e inferior de la ventana, se tiene:

$$e = s_t - s_0 = v_0\,t + \frac{1}{2}g\,t^2 \Rightarrow 1{,}50 = v_0\cdot 0{,}14 + \frac{1}{2}\cdot 9{,}8\cdot 0{,}14^2 \Rightarrow v_0 = 10\,\text{m/s}$$

Y dado que las gotas caen sin velocidad inicial, para el tramo entre el tejado y el borde superior de la ventana:

$$v_f^2 = v_0^2 + 2\,g\,h \Rightarrow 10^2 = 0^2 + 2\cdot 9{,}8\,h \Rightarrow h = 5{,}1\,\text{m}$$

A60 Una pelota es lanzada verticalmente hacia arriba con una rapidez inicial de 29,4 m/s. Sabiendo que la aceleración debida a la gravedad terrestre es 9,8 m·s⁻², calcúlese:
a) La velocidad al cabo de 3 s de iniciarse el movimiento.

ACTIVIDADES CINEMÁTICA

b) La altura máxima que alcanza la pelota.
c) El tiempo que estará en el aire.
d) La velocidad en el instante en que choca contra el suelo.

Solución

a) Se trata de un movimiento vertical. Se adopta un estudio vectorial con un SR espacial cartesiano y origen en el punto de lanzamiento. Las ecuaciones que rigen el movimiento son:

$$\left.\begin{array}{l} v_{yt} = v_{yt_0} + g\,(t - t_0) \quad (1) \\ y_t = y_{t_0} + v_{y\,t_0}\,(t - t_0) + 1/2\, g\,(t - t_0)^2 \quad (2) \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} v_{yt} = 29{,}4 + 9{,}8\,t \quad (1) \\ y_t = 29{,}4\,t - 4{,}9\,t^2 \quad (2) \end{array}\right.$$

Luego: $v_y(t = 3) = 29{,}4 - 9{,}8 \cdot 3 = 0$

b) La altura máxima se alcanza en t = 3, pues en ese instante $v_y = 0$ (si no seguiría subiendo). Luego:

$$y_{máx} = y\,(t = 3) = 29{,}4 \cdot 3 - 4{,}9 \cdot 3^2 = 44{,}1\,\text{m}$$

c) Cuando llega al suelo, y = 0. Luego:

$$y = 0 = 29{,}4\,t - 4{,}9\,t^2 \quad \Rightarrow \quad t = 6\,\text{s}$$

d) $v_y\,(t = 6) = 29{,}4 - 9{,}8 \cdot 6 = -29{,}4$ m/s

A61 Un muchacho trata de lanzar verticalmente un balón desde la acera de la calle a su hermana, que se encuentra asomada a la ventana de su casa, a 15 m de altura. Calcula:
a) La velocidad mínima con que debe lanzar el balón para que lo alcance su hermana.
b) El tiempo que tarda el balón en llegar a la ventana.

Solución

a, b) Se trata de un movimiento vertical. Elegimos un sistema de referencia cartesiano con origen en la calle. Las ecuaciones del movimiento serán:

$$\left.\begin{array}{l} y_t = y_0 + v_{0y}t - 5t^2 \\ v_{yt} = v_{0y} - 10t \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} y_t = 0 + v_{0y}t - 5t^2 \\ v_{yt} = v_{0y} - 10t \end{array}\right\}$$

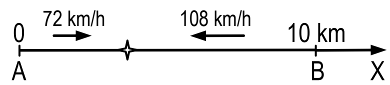
La velocidad mínima con que debe ser lanzada será tal que en el instante en que llega a la hermana, $y_t = 15$ m, y $v_{yt} = 0$.

$$\left.\begin{array}{l} 15 = v_{0y}t - 5t^2 \\ 0 = v_{0y} - 10t \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} v_{0y} = 17\,\text{m/s} \\ t = 1{,}7\,\text{s} \end{array}$$

DOS MÓVILES

A62 Desde dos pueblos, A y B, separados por una distancia de 10 km, salen al encuentro dos automóviles con velocidades de 72 km/h y 108 km/h. Calcula el tiempo que tardan en encontrarse y su posición en ese instante medida desde A.

Solución



Hacemos un estudio vectorial. Las posiciones de los dos automóviles serán:

$$x_A = 0 + 72\,t \qquad\qquad x_B = 10 - 108\,t$$

Cuando se encuentran los dos automóviles, será $x_A = x_B$. Por lo tanto:

$$x_A = x_B \quad \Rightarrow \quad 72\,t = 10 - 108\,t \quad \Rightarrow \quad t = 0{,}056\,\text{h}$$

La posición del encuentro medida desde A será: $x_A = 72\,t = 72 \cdot 0{,}056 = 4$ km

A63 Se lanza verticalmente hacia arriba un objeto con una velocidad de 50 m/s. Tres segundos más tarde se lanza otro con una velocidad de 40 m/s. Calcular:
a) El tiempo que tardan en encontrarse.
b) La velocidad de ambos en ese instante.
c) La altura a la que se encuentran.

Solución

a) Sea A el cuerpo que se lanza en primer lugar y B el que se lanza posteriormente. Realizamos un estudio vectorial de ambos movimientos. Elegimos el mismo sistema de referencia espacial cartesiano con origen en tierra para ambos. Ambos objetos describen movimientos verticales de ecuaciones:

$v_A = v_{0,A} - 10\,t_A = 50 - 10\,t_A$	$v_B = v_{0,B} - 10\,t_B = 40 - 10\,t_B$
$y_A = y_{0A} + v_{0A}t_A - 5\,t_A^2 = 0 + 50\,t_A - 5\,t_A^2$	$y_B = y_{0B} + v_{0B}t_B - 5\,t_B^2 = 0 + 40\,t_B - 5\,t_B^2$

Además, los tiempos de ambos objetos guardan la relación: $t_B - t_A = 3$.

ACTIVIDADES CINEMÁTICA

En el punto de encuentro, $y_A = y_B$. Luego:

$$\left.\begin{matrix} 50\,t_A - 5\,t_A^2 = 40\,t_B - 5\,t_B^2 \\ t_B - t_A = 3 \end{matrix}\right\} \Rightarrow 50\,t_A - 5\,t_A^2 = 40\,(3+t_A) - 5\,(3+t_A)^2 \Rightarrow \begin{cases} t_A = 5{,}25\ \text{s} \\ t_B = 2{,}25\ \text{s} \end{cases}$$

b) Las velocidades serán, respectivamente:

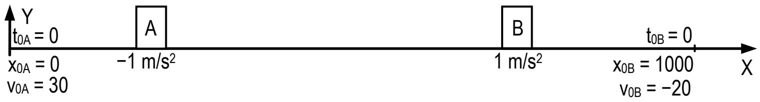
$$v_A = 50 - 10\,t_A = 50 - 10 \cdot 5{,}25 = -2{,}5\ \text{m/s} \qquad v_B = 40 - 10\,t_B = 40 - 10 \cdot 2{,}25 = 17{,}5\ \text{m/s}$$

c) El punto de encuentro:

$$y_A(t_A = 5{,}25) = 50 \cdot 5{,}25 - 5 \cdot 5{,}25^2 = 124{,}69\ \text{m}$$

A64 Dos trenes se mueven acercándose el uno al otro en línea recta sobre la misma vía. La rapidez de uno es de 30 m/s mientras que la del otro es de 20 m/s. Los trenes comienzan a frenar con aceleración de 1 m/s² cuando la distancia entre ambos es de 1 km. ¿Chocarán o no? ¿Dónde quedará cada tren?

Solución



Hacemos un estudio vectorial. Situamos el origen de coordenadas espaciales en el punto en que el primer tren comienza a frenar. Y situamos el origen de tiempos en el instante en que ambos trenes comienzan a frenar.

TREN A

$$\left.\begin{matrix} x_{tA} = 30\,t_A + \frac{1}{2}(-1)\,t_A^2 \\ v_{xtA} = 30 + (-1)\,t_A \\ v_{xtA}^2 = 30^2 + 2\,(-1)\,x_{tA} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{matrix} \text{Cuando se detiene, } v_{xtA} = 0 \\ 0 = 30^2 - 2x_A \\ x_A = 450\text{m} \end{matrix}$$

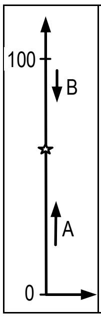
TREN B

$$\left.\begin{matrix} x_{tB} = 1000 - 20\,t_B + \frac{1}{2}\,1\,t_B^2 \\ v_{xtB} = -20 + 1\,t_A \\ v_{xtB}^2 = (-20)^2 + 2 \cdot 1 \cdot (x_{tB} - 1000) \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{matrix} \text{Cuando se detiene, } v_{XB} = 0 \\ 0 = (-20^2) + 2\,(x_B - 1000) \\ x_B = 800\ \text{m} \end{matrix}$$

Luego, los trenes quedan separados 350 metros. No chocan.

A65 Lanzamos una pelota hacia arriba con v_0 = 50 m/s y en ese instante se deja caer otra en la misma vertical desde 100 m de altura. Calcula:
a) El punto de encuentro
b) La velocidad de cada pelota en ese instante.

Solución



a) Se trata de movimientos verticales. Hacemos un estudio vectorial. Las posiciones vendrán dadas por:

$$y_A = 0 + 50\,t - 5\,t^2\ ;\ v_A = 50 - 10\,t \qquad y_B = 100 - 5\,t^2\ ;\ v_B = -10\,t$$

Cuando las dos pelotas se encuentran será $y_A = y_B$. Por lo tanto, el instante del encuentro será:

$$y_A = y_B \quad \Rightarrow \quad 50\,t - 5\,t^2 = 100 - 5\,t^2 \quad \Rightarrow \quad t = 2\,\text{s}$$

Luego, el punto de encuentro, medido desde abajo, será:

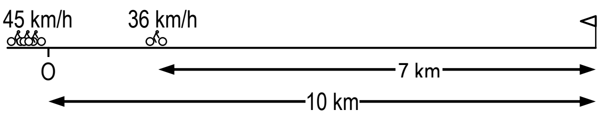
$$y_A = 0 + 50\,t - 5\,t^2 = 50 \cdot 2 - 5 \cdot 2^2 = 80\,\text{m}$$

b) Las velocidades respectivas serán:

$$v_A = 50 - 10\,t = 50 - 10 \cdot 2 = 30\,\text{m/s} \qquad v_B = -10\,t = -10 \cdot 2 = -20\,\text{m/s}$$

A66 En una carrera ciclista hay un corredor escapado. Cuando al pelotón le faltan 10 km para la meta, a él tan sólo le faltan 7000 m. Su velocidad es de 36 km/h, mientras que la del pelotón es 45 km/h.
a) ¿Conseguirá ganar la etapa?
b) Si gana, ¿cuántos metros de ventaja obtendría? Si no gana ¿a cuántos metros de meta lo alcanzarán?

Solución



Caso de dos móviles con MRU. Ecuaciones de movimiento:

$$\text{pelotón}:\quad s_P = 0 + 45\,t$$
$$\text{escapado}:\ s_E = 3 + 36\,t$$

a) Utilizamos el mismo sistema de referencia espacial y temporal para ambos móviles. Para ver quién gana calculamos el tiempo que tarda cada móvil en alcanzar la meta:

$$\left.\begin{matrix} \text{pelotón}: & 10 = 0 + 45\,t & \Rightarrow & t = 0{,}22\ \text{h} \\ \text{escapado}: & 10 = 3 + 36\,t & \Rightarrow & t = 0{,}19\ \text{h} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \text{el escapado gana la carrera}$$

b) Determinamos la posición del pelotón en el instante en que el escapado llega a la meta:

$$s_P(t = 0{,}19) = 0 + 45 \cdot 0{,}19 = 8{,}75\ \text{km}$$

Por lo tanto, el pelotón está a 1,25 km de meta.